



Tokyo Gakugei University Repository

東京学芸大学リポジトリ

<http://ir.u-gakugei.ac.jp/>

Title	第4学年「小数倍の意味」を考えさせる二つの授業：比較検討の協議会の記録より(fulltext)
Author(s)	永山,香織; 栗田,辰一郎; 高橋,丈夫
Citation	学芸大数学教育研究(24): 99-108
Issue Date	2012-06-01
URL	http://hdl.handle.net/2309/138916
Publisher	東京学芸大学数学科教育学研究室
Rights	

第4学年「小数倍の意味」を考えさせる二つの授業

—比較検討の協議会の記録より—

永山 香織 栗田 辰一朗 高橋 丈夫

第17回世田谷算数授業討論会では、第4学年で小数倍の意味を考えさせる二つの異なる授業を実践し、比較検討を通してその指導のあり方が議論された。二つの授業とは、本論文集に掲載されている栗田辰一朗と高橋丈夫の授業である。二つの授業の対立点は、問題場面（異種か、同種か）、数値（「.5」か「.6」か）、図表現（数直線か、テープ図か）の3点であった。授業後の討論会では、対立点を軸に、「半分から入ったとき的小数倍の意味」や、「割合の見方につなげる図表現のあり方」などが議論された。本稿は、授業後の討論会の記録を中心に二つの論文の参考資料として掲載するものである。

1. 本資料掲載の意図

世田谷算数授業討論会は1996年から附属世田谷小学校で毎年行われている研究会であり、二つの「同内容異方法」の授業を参観し、比較検討討論する実践研究会である。第17回のテーマは「小数倍で表すよさを実感させる指導」で、第4学年の「小数のわり算」の学習で、小数倍の意味を考えさせる二つの授業を実践し、その指導のあり方について議論した。本論文集に掲載されている栗田辰一朗と高橋丈夫の論文は授業者であった2人が研究会の実践に基づいてまとめたものである。本稿は、論文の基になった授業研究会の企画の趣旨を説明し、授業後の討論会ではどのようなことが議論されたのかを示すことで、二つの論文を補足する資料として掲載するものである。

2. 二つの対立する授業の主張と対立点

(1) 実践授業について

第5学年では、小数×小数の指導が行われる。乗数が小数の場合、乗法の意味をどのように拡張するとよいのか。田端(2001)は、「小数の乗法場面において、×小数と立式し、その答えを求める指導に先立って小数倍の意味を明確にする必要がある。」としている。また、「いくつ分の意味の整数倍からそれを含めた小数倍へと倍の意味を拡張する必要がある。」とし、その指導場面として、「整数÷整数で商が小数となる場面が適切である。」と述べている。そこで、本研究会では、第四学年の小数のわり算の単元の終末に、小数倍の意味を考えさせる授業を提案し、問題場面や数値、図表現が異なる二つの授業を比較することを通して、その指導のあり方を討論することを企画した。

① 単元名

第4学年「小数のかけ算とわり算」

② 単元の学習指導計画（全16時間扱い）

- i 小数のかけ算 (6時間)
- ii 小数のわり算 (7時間)
- iii 小数の倍 (1時間)

本時 小数倍の意味について理解する。

- ③ 実施日 平成23年11月3日
- ④ 対象 附属世田谷小学校 4年生
- ⑤ 授業者 授業Ⅰ 栗田辰一朗
授業Ⅱ 高橋丈夫

(2) 二つの授業の主張

① 授業Ⅰ 栗田の授業の主張

リボンの長さと言重さという異種の2量に比例関係(整数倍)があることを前提として、ある長さにあたる重さを求めようとする問題場面に子どもが出会ったとき、自然と小数倍に当たる大きさを求める場面が生まれる。教師はこの場面をとらえ、「長さが2倍、3倍、・・・になるとその重さも2倍、3倍、・・・になるはずだから、25倍にもなるはず」という小数倍の表現を子どもから引き出し、その意味について数直線を用いて全体で共有化する。まずは25倍から導入し、23倍、27倍などへと考えていくことで小数倍を指導していく。

② 授業Ⅱ 高橋の授業の主張

割合の意味は「基準とする量を1と見て、その量で測った数」ことである。基準とする量を単位として測ること、つまり、測定することと同じ意味であると考え。そこで、割合の意味の理解を図る前段階として、本学習をとらえ、測定の意味を大切にしたい授業を行う。

既習の整数倍の学習時点では、測定の意識が低い。そこで、あえて意味の異なる等分除場面を比較し、図での説明を大切にすることによって、「測定」の操作を焦点化し、

倍の意味の理解につながる「測定すること」を意識づけることを考えた。

(3) 二つの授業の対立点

二つの授業の対立点は以下の三点である。

(ア) 問題場面

授業Ⅰ 異種の2量の場面から小数倍を求める場面を生み出す。

授業Ⅱ 等分除の場面との比較を通して、小数倍の意味を問う。

(イ) 数値設定

授業Ⅰ 小数倍が「.5」になる

授業Ⅱ 小数倍が「.6」になる

(ウ) 図表現

授業Ⅰ 数直線

授業Ⅱ テープ図

討論会では、それぞれの授業者が考える「小数倍の意味」や「小数倍を表すよさ」を明らかにした上で、3つの対立点を軸に議論が行われた。以下は、その記録である。

3. 討論会記録

【授業者】

栗田辰一朗 (附属世田谷小学校)

高橋 丈夫 (附属小金井小学校)

【パネリスト】

中野博之先生 (弘前大学 教授)

笠井健一先生 (国立教育政策研究所

文部科学省教科調査官)

【司会】永山香織 (附属世田谷小学校)

(1) 「小数倍の意味」について

① 授業者が考える小数倍の意味

栗田：今まで2つ分、3つ分…を2倍、3倍…で表している。今日はまず「半分」の捉えやすさから「.5」を考えさせた。子どもは3と4の間の「3.5倍」に、その重さ

も長さもあることが分かり、3.5 以外にも 3.7 や 3.1 にあたるものがあるのではないかと考えていく。その過程で 0.1 に目が向いて、3.5 倍の意味が分かっていく。

高橋：基にする量を 1 としていて、いくつ分に当たるのが整数倍。小数倍は、測れない半端が出たときなので、基にする量を 1/10 にして再測定したもの。ここでの数値は 5 cm。基にするものを 1/10 で測りなおし、再測定したものが小数倍。

② 乗法の意味の拡張と同じか

HS：5 年生で行われる乗法の意味の拡張と小数倍の意味は同じか。乗法の意味の拡張は、割合で考えるということ。高橋先生の今日の授業は、「0.1 がいくつ分か」という小数の意味での同数累加の授業なのか。

高橋：その「0.1」は、基になるものを 1/10 にしたって意味の 0.1 であり、0.1 cm とか 0.1 g とかいう意味ではない。10 等分することで新しい単位を作って、それで測ったという意味での 0.1。基の 0.1、1/10 という意味。基の 1/10 もしくは、0.1 と見ている時点で、割合として見ている。

③ 半分としたとき小数倍の意味は

渡会：半分としたとき 3.2 は何と言うのか。

栗田：3.2 のときには 0.1 を基にする。3.2 は 0.1 が 32 個分にあたりと解釈していく。

渡会：0.1 倍の意味が問われるのでは。

栗田：1 を 10 等分したところが 0.1 なので、長さを 10 等分したところは 0.4m、重さも 10 等分して 0.6g のところになる。

渡会：いくつ分と言えないものをどう拡張するのか。0.1 倍は「いくつ分」と言えない。

栗田：比例関係の「1 倍」と子どもが言ったところから、「6g を 1 倍としたときの

0.1」、「1 と見たときに 0.1 にあたる」という意味に変わってくるのではないか。

高橋：小数倍の目盛りがあることが前提になっている。3 倍と 4 倍の間に小数倍の目盛りはどうやってつくられるのか。

栗田：子どもたちが 3 と 4 の間の数の表し方として、自然と小数や分数をもってくる。

笠井：今日の数値は小数を自然と持つてくることのできない数値だった。4 と 6 なので、間は 0.25 と 0.75 になって、0.2 倍、0.3 倍という小数倍に、敢えて行きにくい数値である。

高橋：目盛りは「自然に」と言うが、それでいいの。小数倍の目盛りをつくるのが、ここで言う拡張。整数の世界はわかる。小数の世界もそうありたいだけの話。

中野：最終的には「ある数を 1 と見たときに、1.6 にあたる数を 1.6 倍といいます。」とするということですね。

④ 「半分」と「0.5 倍」の違い

高橋：半分と 0.5 は違う。半分の意味は基の半分だからということ。新しい単位をつくり直して、1/10 の単位で測り、1 に対する 0.1 が 5 個だったら 0.5 倍。意味が違う。

栗田：子どもは半分から入っていきやすい。1/2 にも置き換えられ、1 にあたるころの半分というように見ることができた。

高橋：1/10 の単位をつくるのは凄く難しい。逆にイメージしやすいところに入ると、一見上手くいくような気はするが、本当にわかっているかどうかは、顕在化しづらい。

寺西：倍の勉強はいつも「何倍ですか。」と先生が聞く。そう言わないで「だって 3.5 倍したんでしょ。」と子どもたちが言うのはいい。ただ、今日の授業で、「倍は小数でい

いの?じゃあ、ノートで説明してね。」と先生がおっしゃったときに、子どもたちの間に「3と4の間だから3.5。」「あたりまえ。」という声が漂った。そこでノートに書くほど説明するのは難しい。いろいろな数値にあたらせる方に話が行ってもよかった。

(2) 「小数倍で表すよさ」とは

栗田：ともなって変わる量の場面から入った。小数倍のよさはもっと細かく正確に表せること。子どもたちは自然に3.5倍だと言った。「それっていいね。」と受け止めつつも、「どうして。」と考えていきたい。2倍、3倍、4倍、…になれば2倍、3倍、4倍、…になるという比例関係を前提に、3.5倍になれば、3.5倍になる、3.1倍になれば、3.1倍になる。小数倍があることが分かれば、5年生でも比例の関係を前提に「 \times 小数」の意味を考えていける。

高橋：今日の学習で、小数倍で表すことを測定で学んだので、小数倍にあたる大きさは習っていなくても、意味に基づいて求めることができる。基を1/10にした値は求めることができるので、例えば、50mの1.4倍だったら、 $50 \div 5 \times 4$ で求めることができる。もともとわり算は包含除から入る立場。包含除も測定から入る立場。難しいと言われている割合の学習につながる。

(3) 異種の場面やその主発問について

互理：異種で入るのは、5年生の導入のところに見えて、小数のかけ算の前段なのかと疑問だった。

栗田：子どもたちが「2.3倍ってわかるといいな」と思える場面を考えた。ならば、比例を使った問題解決のところが一番面白いのではないかと思った。異種で入ったの

は小数倍で表すよさを引き立たせたいという思いがあったからだ。

高橋恵：二量だったので、長さを考える場面と重さを考える場面が混在していた。発言やノートからも、子どもたちが混乱している様子があった。

栗田：2つの量が並んでいる分かりにくさがあった。図のかき方を間違えていたのもあった。授業で前に出て発言したKYさんも混乱していたかもしれない。

村田：4mで6gのリボンがあって、14mでは何gかという場面。4mを2mに、6gを3gにして、7倍すれば、小数倍を考えないで求めることができる。そう考える子は小数倍にいかない。無理やり小数倍に行っていたのでは。

栗田：そういう子もいた。ほとんどの子がKI君の小数倍を使う方式を使っている雰囲気を感じたので、3.5倍へいった。

平山：栗田先生の主発問は「小数で倍を表していいのか。」だった。「表してもよいという根拠」を聞きたいのか、「小数倍の意味」を聞きたいのか分からなかった。

市川：「.5」というのを認めた上で、「14mにあたる重さがいくつなのか」ということを議論したいのか、「14mは4mの3.5倍」の「3.5倍」は何かを議論したいのか、授業で混在していた。一方の子どもはそういう意識の中で3.5の意味を考えようとしていて、もう一方では3.5倍というのは前提にしてその欠損値の部分を探めようとする推論があって、授業の中で重なっていた。今日はどっちを基にどっちを推論することだったのか、授業を見ていてよく分からなかった。最初に21gが小数倍ではない

方から出る。そこから3.5の議論をしたのか、それともそうじゃなかったのか。0.5を前提にして議論が進んでいた気がする。

(4) 図表現とその操作について

亘理：高橋先生の授業は同種で数直線が使いやすい場面、測定だからテープ図というのは是せない。なぜ数直線を使わないのか。

高橋：子どもたちが数直線をどこまで使えるのかが分からなかったという点が1つ。

同じ1とするメジャーを持ってきて、これで測り直して6個分という見方と、包含除の考え方で、基を10等分して出来上がった新しい測りで何個分かどうか測るという見方と両方ある。今日は後者を意識した。倍の数直線は引くべきだったと思う。

平山：「図を使って考える」としたのが難しかった。赤のテープとの差に着目して黄色い部分を出し、赤のテープを使って1.6倍というのを出した。ピンクのテープが1.6倍になっているというのを示したいので、本当はピンクのテープをいじるのだと思う。今日は、最終的に長さが合っているから、ピンクのテープは赤のテープの1.6倍だととらえていたのだと思う。測定される対象が、任意単位で1つ分、2つ分と測る過程がもっと見えないといけない。整数倍のところでも、1としているものが2つ並んでいて、上と同じだという子がいた。そうすると、測定についてぼやける。1.6倍にあたる大きさをつくっていることになる。

NY：子どもたちに期待した操作は、どういう操作だったのか。

高橋：MS君が言った「50を1/10にして5になっている」の部分を図にかき込んで欲しかった。MS君にかき込んでもらって、

新しいものさしを使って測ると6個だから、1個と1/10の単位が6個分で、1.6ともっていききたい。または、1/10の5cmをつかって、6個貼ってもらってもよかったと思っている。むしろ先生は、連続量、細切れにしていって、16個になるというよりは、伸びる感じで1.6倍ということですか。

NY：そっちの方ですね。どちらかと言えば。

(5) 数直線の必要性 ー等分除を引きずる子どもたちの姿からー

高橋恵：高橋先生の授業で、40mと80mを比較したときに「40を1と見て80mが2にあたる」と板書したかった。3本目に割合を表す数直線を入れ、ここは40が1に、80は2にあたっていると言葉で発し、板書にも残し、そこを手掛かりにすれば、小数倍もできるように表現の仕方を教えておいて、「40は80mの半分」は触れず、80と50の比較の方へ行きたかった。MHくんが「30を50に分けているんだ」と発言をしていた。小数倍で、まだ等分除が出るかと思った。包含除に行きたいという意図がありながら、等分除をずっと引きずっている。高橋：一般的に割り算のイメージは等分除。やはり3年生の割り算でどういう指導をしているか。包含除にこだわり、図の操作などやっていないとそう簡単には出てこない。高橋恵：そう予想しているなら尚のこと、包含除で見られるようなもう1本の数直線が必要。先程の「0.1の同数累加じゃないか」と言う発言した方の感覚が分かる。テープ図の子どもの議論が「なにか違いませんか」という気持ちがある。「0.1が6個あるから」になっているけど、「1と見たときに0.6にあたっている」という言い方

ができていない。そこに結びつきづらい。
 笠井：高橋さんは数直線がないし、「0.1のときはいくつ？」と細かな子どもとのやりとりがなかった。栗田さんは、0.5のときはいくつ？と丁寧に子どもとやりとりしている。「0.5にあたる」と言いやすくなる。

中野：私がこの附属で3年生を受け持ったときにも包含除から入って、同じ数ずつ取ると指導した。でも、 $6 \div 2$ の問題つくると子どもは等分除の問題をつくる。そもそも実生活で、一人に3個ずつあげて、なくなったらおしまいなんて配り方をしない。普段から同じ数ずつ分けるっていうのをやっているのだから、いくら「同じ数ずつ取って」としても等分除に行く。それは6年生になっても同じ。だからこそ、手立てが必要。

4. 総括

(1) パネリストの先生から

中野：高橋先生の思いはすごく分かる。しかし、1と見ているものを10等分していくというのは難しい。「分数を先に指導しますか」「小数を先に指導しますか」という議論があって、今度の指導要領では2年生で分数を先に学習しますが、3年生でしっかり勉強するときは、どの教科書も小数から入る。あの発想ってすごく不自然だってことが今日の授業で立証されたように思える。学生に「これが1mです。これは何mですか。」と聞くと必ず、何cmか測り、こっちのいくつ分かと考える。7年間弘前大で教えて、1人としてこっちに10等分を振って、そのいくつ分と考えるのはいない。今日、最後のMS君が出てきたのはある意味奇跡的な話、一番前の子が「さっぱり分かりま

せん。」と言っていたが、凄く難しい。基本的には高橋先生と同じ。ある意味で測定ですから。メジャーを変えろということになる。栗田さんの授業は、mがあつてgがあつてさらに倍があつて、複雑だった。でも、ここに1本数直線があつて、目盛りを振るのは自然だった。テープ図だけで、これを単位にして、これを10等分して、全体はいくつ分にあたるか、残りの部分はいくつ分あるかを見るのは、かなり不自然な発想を子どもにさせたのではない。

笠井：私の基本的な考え方を。「問題場面は異種の量か、同種の量か。」異種の方が複雑なので同種の方がよい。「0.5か0.6か。」0.5は半分から発展しなかった。だから0.6をする方がよい。「数直線か、テープ図か。」テープ図だけでは小数倍の意味をおさえきれなかった。数直線が必要である。すると今の教科書とあまり変わらない。今の教科書は同種の場面で、テープ図も数直線もあり、数値も何十という「.5」が出やすい数値になっている。やはり教科書が一番いい。

教科書には「1.5倍や2.5倍のように何倍かを表すときにも小数を使うことがあります」と書かれているので「1.5倍という意味は何ですか。」「よく分からないけど使っているのです。」「じゃあ、これから使います。」で終わる指導が多いことが問題。今日の授業のように、「3.5倍や1.6倍って一体何なの」ということには答えていないし、どういう指導をしたらよいのかというのが、今回集まってくれた方の思いなのだろう。私としてもそこがもっと改善されるといいと思っている。

ただ、子どもは3.5と計算して「3.5倍」

と倍を付けることをなんとも思っていない。3.5倍と言った子に「その意味は何か」と考えさせても、「答えが出たからいい。」と意味なんてどうでもよいと思っている。今日の栗田さんの授業でも「答えが14の時はいくつなのか」と一生懸命計算の仕方を説明していて意味に答えていない。「3.5倍という意味は何か」という本質的な問いを子どもがもたせることができたのかということが今日の一番の問題点だろう。これは両方の授業とも同じである。

子どもに「3.5倍とか1.6倍ってなあに」と聞くと「3.5個分、1.6個分」と言う子もいる。「変じゃない」と聞いても「1.6個分、3.5個分と言っていい。何か問題あるのか」と言う。小数倍を割合につなげていきたいので、「50を1と見たときに80は1.6にあたる大きさです」という見方を子どもに伝えたいという意図が教師にはある。それをしないと結局、5年生の「 \times 小数」「 \div 小数」のときの意味が理解できない子になっていく。最終的に子どもが「50を1とみたときに、1.6にあたる大きさが80です」という言い方ができるようにしたい。今日の1時間目はそのための第1歩だった。それまでに、数直線という倍の意味を理解する図は必要になってくるだろうし、再測定、0.1がいくつ分ということもする必要がある。このようなことが実際大切であるということを見せただけだ。

(2) さらなる議論

高橋：整数の場合は比例関係を認める。小数は認められていない。小数の範囲の比例関係はあくまで推論。だから3.5倍になったときに、21mになるのは、仮に確実だと

しても他は認められていない。それは推論の世界の中で進めていっていいのか。14mで21gになるっていう確認はしたのか。

栗田：していない。

中野：高橋先生は、小数倍は比例をあんまり目立たせない方がいいのではということ。

高橋：小数の範囲で比例が成り立つことを確認した上で小数倍じゃないかと

中野：それをすると、やはり小数のかけ算のところまで行かないと無理。

高橋：そもそも段階があるのだと思う。

栗田：段階があるから難しくなる。小数倍は小数倍と考えるのではなく、比例関係の中で自然に小数倍が出てくる方がいい。笠井：6gと4mを基にして3.5倍だったら、3.5倍になることは、基を変えて、3gと2mを基にすれば7倍なら7倍と同じなので、3.5倍なら3.5倍であることは理解できる。比例関係について小数倍がOKかどうかは整数倍があるから。基を変えれば、小数倍とも読み込める。その意味で異種の量は分かりやすい。けれどもこれは比例だけであってこのことで小数倍の意味を確認したことにはならない。

高橋：同じことを求めていることは分かる。小数倍の意味は、数直線上の操作で消えてしまわないか。数直線上の都合のよい1を見つけて1になる数対を見つけ、計算しやすい方で求めていくということなのか。整数倍で捉えられなかったら、1/10のメジャーをつくれればいいという話が今日。うまくいかなければ、1/100のメジャーをつくれればいい。0.1倍でも、0.0001倍でも同じことをしている。数直線上の単位変換、基準変換をしていくことによって、小数倍はで

きるというのが、ここから先もいけるのか。数直線上の操作、矢印の行き来は、意味を考えないでやっているのではという指摘がある。そういうところに陥らないかと思う。笠井：帰一法で、答えを出すときもある。それでも答えが出る。倍比例では3.5と小数になってしまう。帰一法でも倍比例でも、

「どちらでも今までと同じように答えが出るようにしたい」と考えたときに、「3.5倍と言いたい」という思いが出る。そこで「3.5倍という意味はどう考えるといいのだろうか」が課題として浮かび上がるのである。

高橋：帰一法で求めて考えて、3.5倍にあたる数値が出て、「3.5倍って何」と倍の意味を問うたときに、1と見たら、3.5倍にあたるというのが出ますか。

笠井：真ん中にテープを置いて数直線を書きながら測定することで出る。高橋さんのようにテープで。栗田さんは真ん中のテープを生かして測定していけばよかった。チョークで黒板に書くのではなくて。そうすると高橋さんの思いに近付いたと思う。

(3) 講演「授業討論会では何が語られるのかー「小数倍のよさを実感する」ーの検討」より

【講師】清水美憲先生（筑波大学教授）

今日は難しいテーマなので、交通整理ができればいいと思う。今日の論点は、同種か異種か、0.5か0.6か、数直線か線分図かと絞っているが、背後にもっと大きな検討事項がある。

そもそも小数倍を4年生で扱うという前提を問わなきゃいけない。包含除の概念が広がるというアイデアもある。等分除で割り違いで小数になることもやっている。

それは必要か。割合概念、基準量を基にして測定することが議論になっていたが、ここでやるのか。ここでは割合概念を豊かにし、5年生の小数のかけ算の意味の拡張というねらいがあるからやっているが、既習の内容から新しい内容にチャレンジして考えてほしいという高次の目標もある。

今日は、少なくとも「小数倍」とは何か考えなければならない。数学的には、2つの数の間の関係概念である。あるものとあるものが倍の関係にあるというのは、1つの長さが伸びたようなイメージ。高橋先生の授業で $1+0.6$ と説明した子が本当に倍と認識しているかどうかは、もう1回検討する必要がある。刻んだものを積んでいて、それで捉え直している。刻む操作自体、 $1/10$ という操作で小数の0.1をかけているので、数学的には循環論になっているかもしれない。小学校はわり算を前提に、10等分することになっていますが、数の世界には10等分というものは存在しない。 $1/10$ という逆元にあたるものをかけているだけ。

栗田先生の授業では、ある子は、倍の数直線を引いて「 $4.0-0.5=3.5$ $3.5+0.5=3.5=$ 半分は0.5 半分だから3.5」と書いている。この子は小数倍の世界に足を踏み入れているのか。またある子は、「ある数より多く、ある数より少ないから小数を使う。」と言っている。間にあるから、小数を使う。比例関係で $y=ax$ の上にあると見られているのかという問題がある。

中島健三先生は、昭和33年、43年の指導要領をつくられた頃から、算数教育の中で、創造的な活動を子どもたちにしてもらうのに最もふさわしい場所の一つは、5年

生の小数のかけ算で意味を拡張する場面であると言っている。中島先生の1968年の論文に、アメリカの数学教育の現代化当時、代数構造を背後に行われた論争を紹介しているものがある。「同数累加で通した方が子どもにとっての演算の意味としてよい。新しく定義し直せばいいのでは」という立場と、今日話題になった「基準量で測り取るという立場で行った方がいいのでは」という立場と。意味の拡張というのが何をしていることなのか。倍の概念は関係概念。本来は、「基準量」と「測りとられた後の数値」の関係性を「倍」と表さなければならない。半分と言った瞬間に、もしかしたら、「全体の中の半分」という関係概念が薄れて対象概念としての「半分」になってしまうかもしれない。栗田先生の「半分」で、収まりがよかったけれど、もしかしたら、そのレベルで止まっている可能性がある。

もう1つ気になったのは、自然数の世界から有理数の世界へという「意味の拡張」の意味。今日の場面は、「自分たちが知っていることをずっとやってみたら、なんか知らないものが出てきてしまった」という話。「トムとジェリー」という昔の漫画がありますが、ビルの上を走っていてそのまま知らないうちに空中を走っていて、そこで気づいて下に落ちていくというのがある。3.5はあれをやっている。つまり、「整数の世界でやっていて、そうしたら、見たことのないものが出てきてしまった。」「これをどうしようか。」ということ。そのときに何をしなければいけないかという、そこで決めなければだめです。拡張では定義が問題になる。定義したときに、新しく決めたもの

と、これまで決めたことが整合的になっているかを確認する。計算法則の中にベクトル空間上の要請がありますが、それにあたるような計算をして、従来やってきたことがそれでちゃんとできるかどうか確認する。数学的にはwell-definedになっていることの確認。

算数教育では、形式不易の原理で、前にやったことを大事にして、その先もやっていこうということで、前がかりにいますが、世界が1つ拡がったらそこを見直すということはやらなきゃいけない。そういう意味では今日は、新しいのが出てきたので、言語化して、これまでやってきた「いくつ分」とは違うけれども、同じようにやってよさそうだとする。12, 18, 24・・・の世界での点検を基に、ここで3.5とやるのもよさそうだとするのだと思う。

そのとき、数直線が決定的に重要になる。テープ図を挟んだり、小数の5年生のところへ行くと、テープ図が無くなって2本の数直線になったり、1本になっていたり、いろいろある。数直線というのは稠密に並んでいる実数のモデルであり、また演算のモデルです。数直線の役割を小数の倍のところでのどのように位置づけるのか検討が必要だと思う。

それから、倍をなぜ用いなくちゃいけないか。2量の比較は前提になっていますけど、なぜ比較しなくちゃいけないか。そのモチベーションは比較したいからではなくて、子どもの側から、何か必然性があって比較する。しかも差ではなく、倍関係です。2量の関係でもって何かを表したいというのがある。そのところはどうなっていた

のだろう。比べた結果を表現することを込みでやらないと、その有難味は出てこない。動機があって、表してみても、初めてその有難味があるのではないかと思った。

測定というのは基準量を基にして測るという行為と測った結果、プロセスとプロダクトの両方がある。両方が込みになった教材研究というのが、今回の主張だと思う。算数は、概念を言葉に表現して確認していく。特に上の学年は、言葉で表現しないと概念が定まっていけない。

(4) まとめ

討論会での議論を基に、それぞれの授業について振り返る。栗田が実践した授業の異種な場面は小数倍の意味を考えさせる場面としては複雑であった。しかし数直線を使った丁寧なやりとりは分かりやすかった。主発問はもっと児童が「小数倍の意味とは何か」という意識を持たせるにはどうしたらよいか考えなければならぬ。「.5」という数値は、半分という対象概念で留まっている可能性がある。関係概念の小数倍の意味へどのようにつなげるのか検討する必要がある。

高橋が実践した授業では、小数倍とは何かを考えさせることができた。しかし、測定した値が「50を1とみたときに、80は1.6にあたる」という割合の見方につなげるためには、テープ図の操作に加え、数直線を図示するなど、図表現を工夫する必要があることが議論された。第4学年では、テープ図を使って、具体的に操作することと、その操作を、数直線を用いて振り返り、割合の見方へつなげることのどちらも大切であると言える。また、どちらの授業も

操作した過程を振り返り「小数倍とは…」と言語化し、定義する必要性も指摘された。二つの実践を比較検討をしたことによって、得られた知見を、今後の指導や研究に生かしていきたい。

【引用・参考文献】

黒沢俊二・中野博之・佐藤佳代(2001)

「小学校第4学年平行四辺形の概念形成を目指した二つの授業その比較検討の協議会記録」、『学芸大数学教育研究』第13号, pp.99-104

田端輝彦(2001)「小数倍の導入についての一考察—小数倍に表すよさに焦点を当てて—」日本数学教育学会誌, 第83巻, 第12号, pp. 2-12

討論会で質問をいただいた先生の中で、本稿に名前が掲載される許可を得ていない方は匿名とさせていただきます。

(ながやま かおり

くりた しんいちろう

東京学芸大学附属世田谷小学校

〒158-0081 世田谷区深沢 4-10-1)

(たかはし たけお

東京学芸大学附属小金井小学校

〒184-8501 小金井市貫井北町 4-1-1)