小数倍で表すよさを実感させる指導

―第4学年における整数倍から小数倍への指導―

栗田辰一朗

本研究では、小数倍の意味を「3.5 倍は、ある数量を 1 と見たときの 3.5 にあたる」ととらえる。本研究の目的は、小数倍に出会った子どもたちが倍の意味を拡張できるように、小学校4年生のわり進む計算を学習した後の小単元で授業化することである。

授業実践の結果、整数倍で表し、それを用いることで解決できるよさを味わった子どもが、自然と整数倍だけでなく小数倍も使おうとすることがわかった。しかし、「倍」の意味を拡張する必要性がある問いも、同時に顕在化させるべきであることがわかった。

1．主張

整数倍から小数倍へと倍の意味を拡張するためには、まず、整数倍で表すよさを子どもが実感することが重要だと考える。整数倍で表し、それを用いれば問題が解決できるというよさを子どもたちが味わえば、自然と小数倍についても表そうとするとともに、その意味について考えていくはずである。子どもが小数倍の大きさもあるはずと考え、数直線を用いてその大きさを求める活動を行うことで、倍の構造の中に整数倍だけでなく、実感をもって小数倍を認めていくことができると考える。

2．授業による主張

（1）異種の2量の問題解決場面

整数倍で表すよさを子どもが実感する場面として、リボンの長さと重さの比例関係を前提とした問題解決の場面を設定した。

あるリボンの長さを予測するために、「2m で 6g」という情報から、比例関係を前提にしてその重さ 24g から計算で求めると、実測した場合とかなり近い結果 8m が得られる。その計算の過程では、整数倍（4倍、8 倍）を用いたことが顕在化される。つまり子どもたちは、長さと重さが比例関係にあるとしたから解決できたという、比例のよさを味わうことができるのである。と同時に、このことを用いれば、何倍でもリボンの長さを求めることができるというよさが、整数倍で表すよさとして実感されていくと考える。

（2）小数倍は「.5」からその存在を認めていく

整数倍で表すよさを実感できた子どもたちは、リボンの重さが何倍でもその長さを求められると実感しているはずである。しかしそれは整数倍に限らず、リボンの長さと重さであれば、4m と 6m の間の 5m もその重さを求められるはずと子どもたちは自然と考える。しかし、その大きさは 2m を基準とすれば 2 倍と 3 倍の間であり、何倍かと言えば、4m と 6m のちょうど半分が 5m であることから 2.5 倍と表現する。さらには、2.5 倍だけでなく、2.3 倍や 2.7

倍もその長さや重さがあると思考を進めることができる。このように整数倍だけでなく、「半分」の「.5」から「.3」や「.7」にもその長さや重さが存在し、2.1 〜 2.9 までに全て等間隔でリボンの長さと重さが存在することから、子どもたちは小数倍の存在を認めていく。倍の意味を拡張するためには、「.5」を皮切りに小数倍に対応する長さや重さを認めていくことが、重要だと考える。

（３）数直線を用いた倍の意味の拡張

第４学年の子どもが２倍や３倍だけでなく、2.1 〜 2.9 倍に対応する長さや重さがあることを認められるようにするために、数直線を活用させる。数直線を用いれば、計算をしなくても、比例関係で求めていくことができる。

また、量の数直線だけで倍の関係をとらえさせるのではなく、倍の数直線も並列して示すことで、「2m の 2.3 倍」という意味を、「2m の 2.3 個分」から、「2m を１と見たときの 2.3 にあたる」という意味へ拡張することができると考える。

３．本時の学習について

（１）日時

平成23年11月　3日（木）　10:00〜10:45

（２）対象

東京学芸大学附属世田谷小学校　4年1組
男子14名　女子14名　計28名

（２）指導者

東京学芸大学附属世田谷小学校
栗田　辰一朗

（３）「小数の倍」指導計画（3時間）

【第1時】

リボンの重さを手がかりに、長さを求める問題解決を通して、リボンの重さが２倍、３倍、…となると、長さも２倍、３倍、…となる関係があることを理解する。

【第2・3時】

リボンの長さからその重さを求める問題解決を通して、長さが小数倍になるとき意味について理解する。（本時 2 ／ 3）

（４）本時の主張

リボンの長さと重さという異種の２量に比例関係（整数倍）があることを前提として、ある長さにあたる重さを求めようとする問題場面に子どもが出会ったとき、自然と小数倍に当たる大きさを求める場面が生まれる。教師はこの場面をとらえ、「長さが２倍、３倍、・・・になるとその重さも２倍、３倍、・・・になるはずだから、2.5 倍にもなるはず」という小数倍の表現を子どもから引き出し、その意味について数直線を用いて全体で共有化する。まずは 2.5 倍から導入し，2.3 倍，2.7 倍などへと考えていくことで小数倍を指導する授業を提案する。

（５）本時の目標

リボンの長さとその重さの比例関係を前提に、そのリボンが何ｍのとき何ｇあるかを求める活動を通して、2.5 倍から小数倍の意味を説明することができる。

（6）本時の展開

	●学習活動　C：児童の反応例　T：教師の発問	◇指導の手立て・留意点　★評価
導入	**●前時の学習から問題をつくる。** T.　前回は、重さを手がかりにリボンの長さを計算で求めましたね。今日は、どうしましょう。 C.　昨日と反対に、長さから重さを求めたい。 T.　では、今日は長さを手がかりに重さを求めてみましょう。前回と同じではつまらないので、違う太さのリボン、4m で 6g のリボンにしますよ。自分で長さを決められるとしたら、何 m にしますか。	前時での問題場面 2 mで6gのリボンがあります。 24gでは、何 m になりますか。 問題場面 4mで6gのリボンがあります。 □mでは、何 g ですか。 ◇まずは簡単な場合で求めさせ、式化、言語化。「6 ÷ 2 = 3」 「6 mは、2 mの 3 倍」 なぜその式で求められるのかを問い、比例の考えをもとに整数倍を引き出す。
見通し	では、簡単な場合から考えてみましょう。何 m だったら簡単に重さが分かりますか。 C.　8 mのとき。8 ÷ 4 = 2、6 × 2 = 12。 8m は 4m の 2 倍だから、重さも 2 倍になる。 T.　なぜ、その長さを選んだのですか。 C.　九九ですぐに何倍かが分かるからです。 T.　では、自分で好きな長さを決めて、その重さを求めてみましょう。 （3、4 分間　自力解決） T.　さて、どんな長さを求めることができましたか。 C.　40m、400 m（4m の 10 倍、100 倍） C.　6 m、10m　（4m の 1.5 倍、2.5 倍） C.　え？　10 mは 4m で割り切れないよ。 C.　でも、2.5 倍ってすればいいじゃん。 C.　ん？　どういうこと？ T.　なぜ、その長さ（6m、10m）を選んだのですか。 C.　2 倍とか、3 倍だけでなく、その間も（小数の倍のときも）求めようと思ったから。	◇着想の根拠を問い、整数倍だったら求められるという児童の意識を顕在化させる。 ◇自由に長さを決めさせる中で、机間巡視により 1.5 倍、2.5 倍を求めようとする児童を把握する。 ◇長い長さでも求められるというよさを受け止めつつ、他の視点はないか問い、1.5 倍、2.5 倍につなげる。9m（2.25 倍）や 11m（2.75 倍）が出た場合には、後で扱うことを告げる。 ★小数倍を求めようとした児童をほめ、小数倍を問いとするとともに、何mでも求められるようにしようとする態度を評価する。
自力解決	問い　「10mは、4mの 2.5 倍」と、小数で倍を表してもいいの？	
	●問いを把握し、自分の説明をノートにかく。	◇数直線を想起させ、板書する。

決	C 式や文章、図や表、数直線に整理して考え、ノートに説明をかく。	★2倍と3倍の間に対応する長さや重さがあるか数直線を用いて調べようとしているか。
発表・検討	**●友達と考えを交流させ、2.5倍の意味から小数倍の意味を理解する。**	
	C. 2.5倍というのは、2倍とあと半分だから、半分は2mのことだから、4mの2倍は8mで、あと半分の2m分だから、4mの2.5倍は10m。	◇数直線上で考えを共有化させる。
	C. 2mのとき3gだから、重さも6gの2倍で12gで、12gに3gをたせば、15gになる。15g÷6g=2.5になって、重さも2.5倍になっている。	◇2.5倍の見方を数直線上でつなげ、整数だけでなく、整数の半分のところにおいても比例関係が成り立っていることを明らかにする。
	T. なるほど、2.5倍は、2倍と3倍のちょうど間。2倍と0.5倍。0.5倍の重さ3gを2倍の重さ12gに足せば、重さも2.5倍になるんだね。2倍、3倍の間は、2.5倍と表せるんだね。	
	C. でも、小数の倍は2.5倍だけではないと思う。	
	T. どういうこと?	
練り上げ	C. 2.1倍とか2.8倍もあると思う。	◇2.5倍だけでなく、2.1倍や2.3倍などの小数倍についても言えそうという児童の考えを引き出し、まずは2.1倍の意味を考えさせる。
	T. じゃあ、2.1倍だったら、どういう意味?	
	C. 4mで6gだから、0.4mで0.6gが0.1倍になる。だから、2.1倍は2倍から0.1倍分進んだところで、0.4mが21個あるということ。	
	C. 0.1が21個分で2.1倍ってこと。	(2.5倍から発展的に考える)
まとめ	**●解決の過程をふり返る。**	
	T. 大切だったことは何ですか。	◇「今日、新しく分かったこと」を問う。 【補助発問】
	C. 2倍と3倍の半分は、2.5倍といえる。	
	C. 2.5倍だけでなく、2.1倍や2.3倍もある。	★小数倍の意味を理解することができたか。
	●学習感想を書く。	
	C. はじめは40mとか、8mとか、4の段の数の時しか求められないと思っていたけど、1.5倍や2.1倍とか、小数の倍を使えば、もっといろいろな長さの時も求められるので、すごいです。	★小数倍を用いれば、4の倍数に当たる長さだけでなく、様々な長さに対応する重さが求められるというよさに気づくことができたか。

4．授業の様子（抜粋）

（1）同じ大きさでも1つ分が違うことによって、何倍かも変わること

前時で比例関係を前提に問題解決したことを数直線に整理したところ、「何倍かを使って求める」という共通点とともに、「1つ分が違うと何倍かも変わる」という相違点にも気づいた子どもがいた。授業の初めに、まずはそのことを共有した。

T：昨日は、2m で 6g のリボンの長さと重さを勉強しましたね。
C：うん。
T：実際に何 m だったっけ？
C：8 m。
T：そうだね。そのときに確か S さんのやり方だと、長さ、あ、重さが 4 倍になっているので、長さも 4 倍になっている。S さんは、赤いところを使ったんだね。K くんのは？
C：茶色。
T：茶色いところだね。最初 2m で 6g しか分かっていないんだけど、いったん 1m の長さを求めて、1m の重さを求めたんだね。そして、8 倍になっている。24 ÷ 3 をして 8 倍になっているから、こっちも 8 倍。それが二人のやり方で、二人に共通していたことは何だったっけ。
C：長さも重さも両方、倍にしている。
T：長さも、重さも両方同じだけ倍になっている。それが二人に共通しているところだね。
　でも、学習感想読んでいたら、「二人の違うところが分かりました」って書いてあったよ。違うところって何だろう。
C：計算のしかた。
T：確かにそれも違うね。答えは同じ 8 なのに、何で違うのかね。
C：え？違うところって、前やったじゃん。
T：前やった？どうぞ。
C：倍数が違う。
T：倍数が違う？何ですか，倍数って。
C：4 倍のところと 8 倍のところ。
T：4 倍のところと、8 倍のところが違う。
C：おー。
T：Y さんはこうやって、1 から 8 をふっていったけど、Y くんは、ここから 1，2，3，4 ってふっていったんだよね。ここが違うところだよね。
C：1つ分の数が違う。
T：うん。1つ分の数。意味分かる？
C：あ～。
T：どれが 1 つ分？
C：茶色の方は、これが 1 つ分で 8 個だけど、赤の方は、これが 1 つ分で、1，2，3，4 ってなる。

（2）整数倍ではない大きさを求める

T：昨日と同じリボンではおもしろくないので、問題を変えますね。ま、リボンはリボンで行きます。
　昨日は 2m で 6g だったけど、じゃあ、今日はちょっと変えて、「4m で 6g のリボンがあります。」にしてみるよ。こういうリボンにしてみます。何とか□ m では、何 g ですか。
（しばらくして）

C：□mじゃ、何もわかんない。
T：そうだね。何もわかんないね。
どうする？　□を何にする？
C：100！
C：20！
C：4m！
C：12！
C：28！
（口々に言い出す）
C：28 m
T：28mのときは・・・。
C：え〜、だから。52。
C：早い。
C：なんで28mなの？
T：あ、Dくんが何か言ってるよ。
もう一回言って。
C：なんで28なんですか。
C：ん一、なんとなく。
T：え？
C：4の段に28が入っているから・・・。
C：4の倍数。
C：でも、はい。4の倍数にしていると。
C：簡単すぎる。
C：4の段にしちゃうと、何倍かすればすぐに求められちゃうから、4の段は止めた方がいいと思います。
C：賛成。
T：求められちゃうと、何でダメなの？
C：なんか、単純すぎる。

（3）整数倍の意味は「〜個ある」

まずは、「簡単すぎる」という整数倍で求め、その意味を考えることになった。28mのときの重さを考えた。数直線に表現しようとする子もいて、板書にも数直線を示した。

T：じゃあ聞いてみるよ。簡単だった？
求められたよって言う人。（挙手）
じゃあ、聞いていきます。
28mのとき、重さは何gですか。
C：42gです。どうですか。
C：いいです。
C：やりかた！
C：式！
C：28÷4をして、7で、7×6をして、まあ、42。
C：ちょっと違う・・・。
C：あ、違うと思います。
（意見交換後、数直線で式の意味を確認。）
C：×7だから。7倍だから、6×7の方があっていると思う。7倍だから。
T：7倍だから。
C：6gのリボンが、7個あるっていうことだから、6×7だと思います。
T：だから、6×7の方が合ってるんじゃないかと。

（4）「倍」は大きくなるとは限らない
〜　1倍の意味　〜

数直線を用いて7倍の意味を解釈したときに、倍の数直線が登場している。子どもたちは7倍の位置が分かると、もとの大きさにあたる6gが1倍になっていることに気づいた。

C：7倍
T：つまり、最初の6のところが？
ここが7倍でここは？
C：ん？
C：っていうか・・・。
C：倍って言うかさ・・・。

C：倍って言うのかな。
C：倍って言ったらおかしいと思うんだけど、1倍。
T：1倍？
C：さんせい。
C：だから、そのまま。
T：なんでおかしいと思うの？
C：え、だって、1倍って、変わんないから、倍って使わなくてもいい。
C：そんなら、倍って使わないで1本分にしたら。
T：1個分と言うことと同じだよってことか。この方がいいか。あんまり「1倍です」って使わないもんね。
C：うん。

（5）「14mは3.5倍」の登場

C：だから、（前に出てきて数直線で）なんていうの、14はここにないけど、半分に分けたら28の半分は14だから、
T：あ、14mってこと？
C：m。m。
T：つまり14mのときはどうかってこと？
C：そういうわけではないんだけど･･･。
C：え、でもそうでしょ。あ、はい、はい。
（数直線を用いて考えていく）
T：じゃあ、4mで、8mのときはどう？何g？
C：12g
T：12mのときは？
C：18g。
T：16mのときだったら？
C：24g。
T：って求められるけど、この間（14 m）はどうするんだろう。
倍で考えるとここは？6gのときは？変だけど1倍。隣は？
C：2倍。
T：2倍。隣は？
C：3倍。
T：と、4倍、5倍。じゃあ、ここはなんて言うんだ？
C：3.5倍。
C：3.5倍。（多くの子が声にする）
C：微妙。
C：小数になってる。
T：小数になってるね。
C：いいじゃん。
T：いいの？
C：いいでしょ。
C：あるよ。1.5倍とか。
C：何でダメなの？
C：小数習ったんだから使いたいよ。
C：炎タイプのポケモンが炎を出すと2.5倍になるとか。

（6）子どもたちの「3.5倍」の解釈

①倍の中に小数の構造を見出す子

（S児，K児）

T：なんで14のときだと3.5って言えるんですか。
S：多分だけど、mといっしょで、倍にも小数があって、3と4の間に小さい、3.1から3.9までがあって、そのうちの間が3.5だから、そこも3.5になると思います。どうですか。
C：賛成。

K：付け足し。
T：あ、じゃあこの図の中にまだ、こういうこと？
C：拡大すれば分かる。
K：4.0 － 0.5 が 3.5 で、4 からこっちに少なくて、ここが、0.1 が 10 個で、1 を 2 つに分けて、0.5 と 0.5 で、4.0 － 0.5 は 3.5 で、3.0 ＋ 0.5 が 3.5 だから、3.5 は半分だと思います。
T：ここの 0.5。半分になってるよっていうことを説明してくれたのね。

②6g（0.5倍）を1と見る子（Y児）

Y：（黒板に出てきて、数直線に目盛りを書く。）これ 1 つが 6 だから、ん？やっぱこっちで合ってる。ここが 6 だから、0.5 って言うのは、1 ／ 2 だから、ここが 3･･･なんて言えばいいんだろう。
T：Y さんの言いたい気持ち分かる？
Y：だから、3.5 のところは 3 が 7 個？ 7 個分のところだから、
T：1，2，3，4，5，6，7 個分のところだから、
Y：3 × 7 で 21。
T：3 × 7 で 21 になっているはずだと。
Y：だから、3.5 でもいいんじゃないですか。
T：3.5。いま K くんがいってくれたこっちから 0.5、こっちから 0.5 のちょうど間のところに、重さの 21g があるってことね。
Y：うん。

③2m（0.5倍）を1と見る子（I児）

I：4m で、12 と 16 の間が 14 だから、それは 3 倍と 4 倍の間だから、3 と 1 ／ 2 になって、1 ／ 2 の理由は、3 と 4 の間を 1 に見て、÷ 2 が 1 ／ 2 になって、3 と 1 ／ 2 になって、イコール 3.5 だから、3.5 倍。3 と 1 ／ 2 倍になりました。
T：長い説明だったけど、I くんが目をつけているのは、ここだよね。ここ続きをもう一回みんなで考えよう。
16 － 12 で 4。で、14 の場所は、なんて言ったらいい？
C：2？
C：2m
T：うん、2m
C：× 7
T：あ、Y さんみたいに行けば、2m が 7 個目のところ。
C：うん。
T：つまり、2m と 2m の間になっている。長さも、2m と 3m の間になっていると。つまり、14m のところが 21g で、3.5、3 と 4 のちょうど間だと言えそうだと。

5．考察

（1）問題場面のよさと課題点

子どもたちは、自分で長さを決めてその重さを求める活動に入ると、まず 100 m と叫んでいる。（4.（2））また、次々と出される長さは全て 4 の倍数であり、もとにする長さが 4 m であることから、子どもたちは整数倍で求められそうな数値を挙げている。これは、大きな長さでも何倍かが分かれば求められるという整数倍で表すよさに気づいている証拠である。当然それに対し 4 の倍数以外でも求められるという声か

ら、次第に小数倍の存在を意識し始める子どもたちもいることが伺えた。また、異種の2量の場面であるため、一方の量をもう一方の量の関係から求めるという活動は、子どもたちの意欲的な姿からも、子どもたちにとって考えたくなるおもしろい場面であった。そして、求める大きさを数直線に整理していくことで整数倍を自然と用いていたことがよく分かった。すると、次は「もっと大きい数でもできる」、「4 の段のところならいつでもできる」、「4 の段以外でも…」と、発展的に考えていくことができる。整数倍から小数倍を考えたくなるような問題場面の工夫をすることができた。

しかし、異種の2量のデメリットとして、解決の過程をふり返るとき、あるいは友達に説明をするときなど、「14 m」と「14 倍」の誤認があったり、「6」「18」などの単位を省略した表現によりうまく伝わらなかったりする難しさがあった。倍の数直線も含めると3つの数量が変わっていくので、子どもたちが自分の考えを伝え合うことが難しい点が課題である。数直線をたよりに、どの部分を考えているのかを明らかにしながら伝え合うように指導する必要がある。

(2) 整数倍の意味を広げ、小数倍の存在を認めていく様相

まずは整数倍の大きさについて考えてみると、28 mの重さは 7 倍を用いればよいことが分かり、子どもたちは「7 倍」の意味を「7個ある」と解釈していた。「1倍」の存在が数直線上に出てくると、その解釈も「1個分」「1個ある」という意味で理解し、倍の意味を「大きくなるとは限らない」という意味も含めてとらえ直していた。

そして、14 mが登場すると、その大きさは 4 mの 3.5 倍であると、多くの子がつぶやいた。ただ、つぶやきの中には「微妙」「小数になっている」という声があり、倍が小数になった瞬間、立ち止まって考える様子も見られた。中には、日常生活の場面で小数倍が用いられていることを想起した子もいた。(4. (5)) ただ、どの子も小数倍がありそうだと考えることができた。

子どもたちは数直線を用いて倍について考え、徐々に倍の意味を広げようとしたのである。

(3) 倍の意味の拡張

しかし、倍の意味の拡張をすることができたかという視点で授業を見ると、そこまで達成されていないと評価する。なぜならば、本時で小数倍の存在を認めることはできたが、小数倍の意味を理解するまでには至っていないからである。

発表・検討の場面で子どもたちは、倍の中に小数の構造を見出し、0.5 倍にあたる長さや重さがあることを認めることができた。また、数直線上に 0.5 倍にあたる 2 m で 3g という大きさが示されると、それをもとに比例関係を用いて 3.5 倍にあたる大きさが求められることに気づいた。次第に子どもたちは「3.5 倍」にあたる大きさがあることが分かっていったのである。

しかし、「.5」倍にも大きさがあるというところで終了してしまったのが本時であった。3.5 倍の意味をとらえ直そう、考え直そうという必要感が生まれなかった。

倍の意味を拡張するには、小数になった瞬間に「倍の意味はどうなるの?」という問いが必要である。それは、数値が「.5」

であるが故の弱点とも考えられる。

ただ、中には、「3.5 倍」の意味を「3.5 個分では変だから 3.5 倍は 3.5 にあたるとすればよいと思う。」と学習感想に書いた子もいた。このことから本時は、小数倍の意味を理解することは達成できなかったが、理解していく前に、小数倍の存在を認めていく活動のよさを示しているとも考えられる。

倍の意味を拡張するために、整数倍のよさから小数倍に気づき、小数倍の存在を認め、小数倍の意味を理解していくような授業を再度試みたい。

＜参考文献＞

＊田端輝彦(2001)
「小数倍の導入についての一考察
ー小数倍に表すよさに焦点を当ててー」
日本数学教育学会誌，第 83 巻，
第 12 号,pp.2-12

(くりた　しんいちろう
東京学芸大学附属世田谷小学校
〒 158-0081　世田谷区深沢 4-10-1)