Title	体系をつくる活動に関する研究 : ユークリッド原論における体系と命題間の関係に焦点を当てて(fulltext)
Author(s)	柴田,翔
Citation	学芸大数学教育研究(27): 45-54
Issue Date	2015-06-01
URL	http://hdl.handle.net/2309/138995
Publisher	東京学芸大学数学科教育学研究室
Rights	

体系をつくる活動に関する研究

－ユークリッド原論における体系と命題間の関係に焦点を当てて－

柴田　翔

要　約

ユークリッド原論における1章から6章における命題間の依存関係を明らかにし,「根拠として用いられない命題」に焦点を当てて考察した。考察を通して,体系化を志向した指導に対して，より網羅的な体系を求める態度が重要であり，また前提の中でどんな命題が証明することができるかを意識して体系をつくる活動を行うことが重要であるという示唆をえた。

1．研究の意図と目的

数学科という教科に求められていることは，数学的知識を生徒に与え，数学的技能を身につけさせることだけではない。例えば，学習指導要領の数学科目標には「数学的活動を通して」とあるように，数学的知識を学び技能を習得するだけでなく，それらに至る過程が重要視されている。これらの過程とは例えば，現実的な問題を解決していく中で数学的な知識や技能を発見し習得していこうというものや，これまでに学習した内容，あるいは誰もが認めるような事実から，新しい知識や技能を関連付けながら説明しようとするものなどがある。後者は「証明」として中学校二学年における図形指導で主に扱われているが，小学校段階から，その素地として「演繹的な考え方」の指導は行われている。

これらの「演繹的な考え方」や「証明」は素朴な形であり，厳密に公理や無定義術語を定めているわけではないが，ある知識の（局所的な）「体系」をつくることに他ならない。

ここでの体系をつくるとは，数学という学問の行う公理的な方法を指すわけではなく，素朴な形ながらも（現在の数学や，数学の発生的な側面から見ると公理でないことも含むが）数学的な定義や公理などを基にして得られた性質の依存関係を明らかにしながらまとめていくことを指している。これらの一つ一つが体系をつくるという活動の側面であり，一部分である。これらの体系をつくるという活動は数学をつくる活動に他ならず，数学的活動の中にも位置づけることができる。

以上に挙げた体系(局所的なもの含め)の規範としてユークリッドの記した原論は長く，多くの人々に読まれてきた。原論はいくつかの定義と公理から，1 章では三平方の定理とその逆に至るまでの 48 の命題があり，2 章以降で比例論と円に関する性質が扱われた後，6 章で，相似の内容が書かれている。

これまでに，新たな性質を既知の事実か

ら，新しい知識や技能を関連付けながら説明しようとする活動に関する研究も多く見ることができるが，その規範であったユークリッド原論の命題については，ある定理に関する命題などの分析(沖山，2012)や原論の教材化のために命題の構成を分析したもの(伊達，2003)などが散見されるのみである。その構成と命題間の関係に焦点を当て，ユークリッド原論における体系のつくり方に関する教育的な評価や研究は行われていない。命題間の関係とはすなわち，命題の証明の根拠として，それ以前の命題のどれが用いられているか，また，その根拠となる命題の根拠は何かという依存関係である。

そこで，本研究ではユークリッド原論の命題間の関係を調べることで，体系をつくる活動における態度を明らかにしていく。このことを通して，現在の体系化を志向した指導に対する示唆を得ることが本研究の目的である。

2. 原論の構成

(1) 原論の背景

原論における知識のほとんどはユークリッドが原論にまとめる以前に明らかになっていたものであることが知られている(伊東，1971，p.463)。例えば，1章の命題の最後に示される47番目，48番目の定理は「三平方の定理」とその逆であるが，これは「ピタゴラスの定理」と呼ばれることもある通り，ピタゴラス学派の活躍した時代から知られるものである。これは少なくともピタゴラスの活躍した紀元前500年ころから200年近く事実として知られている性質である。また，測量とそれにともなう幾何学的知識は実用数学としてエジプトで高度に研究され用いられ，これらの実用数学が民主政アテネの活発な議論や論争に触発され体系を持つ「論証数学」となっていったと(論証数学の起源が誰であるかは議論の余地が残っているが)考えられている(斎藤ほか，2008)。

(2) 原論における章構成

原論では，章ごとに扱う命題に関連する定義が示される。また，始めに共通概念と公理が示される。1章で平面幾何，特に三角形に関する性質が示される。この中には，三角形の合同条件である3つの命題や，垂線や平行線の作図などが含まれる。2章では，現代数学における2次の恒等式に当たる領域付加に関する命題(代数的手法の幾何的表現ではないことが明らかになっている)が示される。3章では円に関する性質，4章では円とそれに内接・外接する多角形の作図，5章で比例論を準備した後に，6章で相似とそれに関する命題が扱われる。本研究では，中学校数学において指導される相似が収められた6章までを考察の対象とする。

なお，7章から9章までは整数論，10章では非共測量の分類について扱われる。現在も最大公約数を見つけ出す際に用いられるアルゴリズムとして有名なユークリッドの互除法は7章の始めに示される。11章から13章では立体幾何学，14章15章では正多面体論(なお，14章，15章は古代末期に13章の追加として付け加えられたものであることが明らかになっている)について扱われる。

3. 命題間の関係とその分析

(1) 原論の命題関係表

原論の命題関係について，ある命題の証明にそれ以前のどの命題が根拠として用いられるかを表にまとめた(表 1)。表を横に見たときに○のついているものが，その命題の根拠として用いられる命題である。

それらの命題の証明にも何らかの命題が用いられているため，それについても表にした(表 2)。これを間接的に用いられる命題と呼ぶことにする。表を横に見たときに●のついているものが，その命題に間接的な根拠として用いられる命題である。また，1章の命題がそれ以降の命題にどのように扱われているかをそれぞれの章ごとに明らかにした(表 3，表 4，表 5，表 6)。表 1 と同様に根拠として用いられる命題は○で示してある。ただし，5 章の命題は 4 章までの命題を 1 つも根拠として使うことがないため，表を載せていない。

(2) 命題関係表の分析

表から以下のことが明らかになった。

i 多くの命題が次の命題の証明の根拠として用いられていること。このことは，○が階段状に並んでいることから明らかである。

ii 次の命題の根拠として用いられることがないものがいくつかあるが，その中でも，1 章を通して一度も用いられることのない命題があること。縦に見て，○が一度もつかないものがあることである。○がつかない(根拠として一度も用いられることがない)ため，●がつくこともない(間接的に用いられることもない)。

iii 命題の順序を入れ替えることのできる命題のグループがあること。命題 18～25 は命題 26～30 の根拠として用いられていない。したがって，命題 26～30 までは命題 18 の前に置くことができる。命題 30～32 は命題 33～36 の根拠として用いられていないため，命題 33～36 は命題 30 の前に置くことができる。さらに 30～34 のうち，(32 のみ 31 を根拠に用いるが)他の命題は命題 29 以前のみを根拠に持つため，命題 30，31・32，33，34 は順不同に配置することができる。

iv 第 4 公理は命題 14 において初めて使用されること。

v 第 5 公理は命題 29 において初めて使用されること。

vi 1 章の命題の中で，2 章以降，相似に関する性質を扱う 6 章まで(全 125 個の命題)で一度も根拠として用いられない命題があること。具体的には，命題 25，33，40，48 の 4 つで，1 章を含め根拠として用いられていないのは命題 25，33，48 である。

vii 1 章の命題の中で，2 章以降，相似に関する性質を扱う 6 章までで多く(最大で 18 回)使われる命題があること。具体的には，命題 11，32 が 18 回，以降は命題 31(17 回)，命題 3(15 回)，命題 4(13 回)命題 5，23(12 回)，命題 10，12，47(11 回)，命題 8(10 回)と続く。

表１　１章における命題間の関係

	公理					命題																																															
命題	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
1	○		○																																																		
2	○	○	○			○																																															
3			○				○																																														
4								○																																													
5	○	○						○	○																																												
6	○							○	○																																												
7	○									○																																											
8								○				○																																									
9	○					○		○					○																																								
10						○			○					○																																							
11	○					○		○					○																																								
12	○		○										○		○																																						
13																○																																					
14				○														○																																			
15				○														○																																			
16	○	○						○	○						○					○																																	
17		○																○			○																																
18	○							○		○											○																																
19										○													○																														
20	○	○						○		○														○																													
21		○																			○				○																												
22	○		○					○																	○																												
23	○												○														○																										
24	○							○	○	○														○				○																									
25									○																				○																								
26	○							○	○												○																																
27		○																			○																																
28																		○		○												○																					
29					○													○		○																																	
30																																○		○																			
31	○	○																										○				○																					
32		○																○																○		○																	
33	○								○																							○		○																			
34									○																						○			○																			
35									○																									○					○														
36	○																																					○	○	○													
37		○																																		○			○	○													
38		○																																		○			○		○												
39	○																																			○						○											
40	○																																			○							○										
41	○																																						○			○											
42	○														○													○								○							○			○							
43																																							○														
44	○	○			○															○														○		○											○	○					
45	○																		○															○	○			○	○								○		○				
46								○								○																		○		○			○														
47	○			○					○										○																	○										○					○		
48	○							○					○			○																																				○	

表 2　1 章における命題間の関係（間接的な根拠を含む）

	公理					命題																																														
命題	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
1	○		○																																																		
2	○	○	○			○																																															
3	●	●	○			●	○																																													
4	●	●	●			●	●	○																																												
5	○	○	●			●	●	○	○																																											
6	○	●	●			●	●	○	○																																											
7	○	●	●			●	●	●	●	○																																										
8	●	●	●			●	●	○	●	●		○																																								
9	○	●	●			○	●	○	●	●		●	○																																							
10	●	●	●			○	●	●	○	●		●	●	○																																						
11	○	●	●			○	●	○	●	●		●	○																																							
12	○	●	○			●	●	●	●	●		●	○	●	○																																					
13	●	●	●			●	●	●	●	●		●	●			○																																				
14	●	●	●	○		●	●	●	●	●		●	●			●		○																																			
15	●	●	●	○		●	●	●	●	●		●	●			●		○																																			
16	○	○	●	●		●	●	○	○	●		●	●	●	○	●		●		○																																
17	●	○	●	●		●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		○		●	○																															
18	○	●	●	●		●	●	○	●	○		●	●	●	●	●		●		●	○																															
19	●	●	●	●		●	●	●	●	○		●	●	●	●	●		●		●	●		○																													
20	○	○	●	●		●	●	○	●	○		●	●	●	●	●		●		●	●		●	○																												
21	●	○	●	●		●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●		●	○		●	●	○																											
22	○	●	○	●		●	●	○	●	●		●	●	●	●	●		●		●	●		●	●	○																											
23	○	●	●	●		●	●	●	●	●		●	○	●	●	●		●		●	●		●	●	●		○																									
24	○	●	●	●		●	●	○	○	○		●	●	●	●	●		●		●	●		●	○	●		●	○																								
25	●	●	●	●		●	●	●	○	●		●	●	●	●	●		●		●	●		●	●	●		●	●	○																							
26	○	●	●	●		●	●	○	○	●		●	●	●	●	●		●		●	○																															
27	●	○	●	●		●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●		●	○																															
28	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		○		○	●											○																				
29	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●		●	●			●		○		○																																
30	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●		●	●											○		○																		
31	○	○	●	●		●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●		●	●		●	●	●		●	○				○																				
32	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		○		●	●		●	●	●		●	●				●		○		○																
33	○	●	●	●	●	●	●	●	○	●		●	●	●	●	●		●		●	●											○		○																		
34	●	●	●	●	●	●	●	●	○	●		●	●	●	●	●		●		●	●										○			○																		
35	●	●	●	●	●	●	●	●	○	●		●	●	●	●	●		●		●	●										●			○						○														
36	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●		●	●										●	●		●				○	○	○												
37	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●		●	●		●	●	●		●	●			●	●		●		○			○	○												
38	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●		●	●		●	●	●		●	●			●	●		●		○		●	○	●	○										
39	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●		●	●		●	●	●		●	●			●	●		●		○			●	●		○											
40	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●		●	●		●	●	●		●	●			●	●		●		○		●	●	●	●		○										
41	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●		●	●		●	●	●		●	●			●	●		●		●			○	●		○											
42	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●		●	●	●	○	●		●		●	●		●	●	●		●	○			●	●		●		○		●	●	●	●	●	○			○							
43	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●		●	●										●			●					○														
44	○	○	●	●	○	●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●		○	●		●	●	●		●	●			●	●		○		○		●	●	●	●	●	●			●	○	○					
45	○	●	●	●	●	●	●	●	●	●		●	●	●	●	●		●	○	●	●		●	●	●		●	●			●	●		○	○	●		○	○	●	●	●	●			●	○	●	○				
46	●	●	●	●	●	●	●	○	●	●		●	●	●	●	○		●		●	●		●	●	●		●	●			●	●		○		○			○												
47	○	●	●	○	●	●	●	●	○	●		●	●	●	●	●		●	○	●	●		●	●	●		●	●			●	●		●		○			●	●		●				○					○		
48	○	●	●	●	●	●	●	○	●	●		●	○	●	●	○		●	●	●	●		●	●	●		●	●			●	●		●		●			●	●		●				●					●	○	

表 3 2章における命題間の関係

	命題																																														
命題	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
Ⅱ 1			○								○																			○	○			○														
2																															○															○		
3																															○															○		
4					○	○																							○	○				○									○			○		
5																															○					○							○			○		
6																															○					○							○			○		
7																															○												○			○		
8			○																												○			○		○							○			○		
9			○		○	○					○																		○		○	○		○													○	
10			○		○	○					○				○														○		○	○		○													○	
11			○							○																																				○	○	
12												○																																			○	
13												○																																			○	
14			○							○																																			○		○	

表 4 3章における命題間の関係

	命題																																														
命題	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
Ⅲ 1								○		○	○																																					
2					○											○			○																													
3					○			○																		○																						
4																																																
5																																																
6																																																
7				○																○			○																									
8				○				○												○	○		○	○																								
9								○		○																																						
10																																																
11																				○																												
12																				○																												
13																																																
14												○																																			○	
15			○									○								○				○																								
16					○							○					○		○																													
17				○							○																																					
18												○					○		○																													
19											○																																					
20					○																											○																
21																																																
22																																○																
23																○																																
24			○																																													
25				○		○				○	○												○																									
26				○																																												
27																							○																									
28								○																																								
29				○																																												
30				○						○	○																																					
31					○								○																			○																
32											○		○																			○																
33				○						○	○												○																									
34																							○																									
35												○																																			○	
36												○																																			○	
37								○																																								

表 5　4 章における命題間の関係

	命題	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
Ⅳ	1			○																																													
	2											○												○									○																
	3											○		○										○									○																
	4									○			○														○																						
	5				○						○	○																																					
	6				○							○																																					
	7											○																	○		○				○														
	8										○																					○			○														
	9						○		○																																								
	10					○	○																										○																
	11									○																																							
	12								○			○															○																					○	
	13				○					○			○														○																						
	14						○			○																																							
	15					○								○		○																	○																
	16																																																

表 6　6 章における命題間の関係

	命題	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
Ⅵ	1			○												○																							○			○							
	2																																					○		○									
	3					○	○																							○		○																	
	4																	○											○						○														
	5				○				○															○									○																
	6				○																			○									○																
	7					○								○				○						○									○																
	8																																○																
	9			○																												○																	
	10																															○																	
	11			○																												○																	
	12			○																												○																	
	13										○	○																																					
	14													○	○																																		
	15													○	○																																		
	16			○								○																																					
	17																																																
	18																							○									○																
	19																																																
	20																																○																
	21																																																
	22																																																
	23													○	○																																		
	24																													○			○																
	25														○															○															○	○			
	26																															○																	
	27																																				○							○					
	28			○							○																					○					○							○					
	29																																											○					
	30																																														○		
	31												○																																			○	
	32														○															○			○																
	33								○																																								

4. 考察

物事を厳密に説明(証明)しようと考える際，通常はその説明や証明のために必要な根拠を探り，その根拠を支える前提(数学では公理にあたる)を提示することで，その説明や証明の正当性を保証する。ユークリッド原論の6章までを命題間の依存関係という観点で分析すると，その章で多く用いられる命題がある(分析vii)一方で，章の中で一度も用いられないもの(分析ii)や，相似を扱う6章に至るまでに一度も用いられることのない命題もある(分析vi)。これらのことは単にユークリッド原論が説明や証明のために体系をつくったわけではないことを明らかにしている。

本稿では，説明や証明の体系としては，不必要にも見える「一度も用いられない命題」に焦点を当て考察していくことで，ユークリッド原論における体系をつくる方法を評価し，現在の体系化を志向した指導に対する示唆を見出すことにする。

(1) 用いられない命題の考察

1章で他の命題の根拠として用いられないものは以下の通りである。

表7 1章で用いられない命題

命題6	三角形の2つの角が等しいならば，それらに対する2つの辺は等しい
命題12	直線外の点から与えられた直線に垂線を作図する
命題17	三角形の2角の和は180度より小さい
命題21	三角形の1辺の上にその両端から直線が内部にひかれるとき，その線分の和は元の三角形の残りの2辺の和より小さく，その2直線によって作られる角は元の三角形の2辺によって作られる角より大きい
命題25	2つの三角形の2辺がそれぞれ等しく，残りの1辺がもう一方の三角形より大きいとき，等しい2辺によって作られる角も大きい
命題28	同位角が等しい，または同じ側の内角の和が180度に等しいならば平行である
命題30	同一の直線に平行な複数の直線は平行である
命題39	等しい三角形で同じ底辺の上にあり，同じ側にあるものは同じ平行線の中にある
命題40	等しい三角形で等しい底辺の上にあり，同じ側にあるものは同じ平行線の中にある
命題45	与えられた多角形と等しく与えられた角を持つ平行四辺形を作図する

これらの命題の前後の命題に着目すると，命題6，命題25，命題39，命題40はその命題の直前あるいは2つ前に，逆となる命題が配置されている。例えば命題6「三角形の2つの角が等しいならば，それらに対する2つの辺は等しい」の直前の命題5は「二等辺三角形の底角は等しい」である。また，命題12，命題28，命題40，命題45は前に示されている命題の条件の変更や，命題の拡張や発展となっている。例えば，命題12は直線外の点から垂線を降ろす作図であるが，命題11は直線上の点から垂線を引く作図である。また，命題40は命題39の命題の中で三角形を平行四辺形に置き換えたものとなっている。

これらの命題は用いられることはないが，それ以前にその命題の元となる命題が証明されており，それと関連する形で掲載されていることが分かる。

この特徴は1章から6章までにおいて命題の根拠として用いられない命題においても同様である。1章から6章で他の命題の根拠として用いられない命題は以下の通りである。

表8　1章から6章で用いられない命題

命題25	2つの三角形の2辺がそれぞれ等しく，残りの1辺がもう一方の三角形より大きいとき，等しい2辺によって作られる角も大きい
命題40	等しい三角形で等しい底辺の上にあり，同じ側にあるものは同じ平行線の中にある
命題48	三角形の1辺の上の正方形が三角形の残りの2辺の上の正方形の和に等しいとき，三角形の残りの2辺によって囲まれる角は直角である

これらのうち命題25と命題40は(1)において考察した通り，前の命題の逆になっているものである。命題48も同様に三平方の定理として知られている命題47(直角三角形において，直角に向かい合う辺の上の正方形は直角を囲む2辺の上の正方形に等しい)の逆である。

上記以外のものは命題17，命題21，命題30であるが，このうち命題30は平行線の推移律に関する命題であり，平行な2直線に平行な3本目の直線をひくときに暗黙に前提とされていると考えられる(斎藤ほか，2008，p.222)。一方で命題17は2角の和が180度を超えないことであるから，三角形の内角の和が180度であることを用いれば，証明は容易であり，また独立した命題として原論に載せる必要がないようにも感じる。しかし，三角形の内角の和が出てくるのは命題32においてであり，命題32は第5公理(いわゆる平行線の公理)を根拠とする命題29が証明に用いられている。また，分析vからわかるように，命題29に至るまで第5公理は用いられていない。

このことから，単に説明のために必要な命題を並べ，証明しているだけでなく，公理を限定した中で証明できる命題は証明しようという，ユークリッド原論の体系をつくる態度を読みとることができる。これは分析ⅳにあるように第4公理においても同様である。

命題21も3章において初めて根拠として用いられるため，1章において証明する必要はない(斎藤ほか，2008，p.212)。しかし2章以降で新たに定義される概念や証明される命題を用いることなく証明できる。このことから，公理だけでなく，概念についても限定した中で証明できる命題については，証明しようという態度を読みとることができる。

(2) 得られる示唆

一度も用いられない命題を考察することで，ユークリッド原論の体系には以下の特徴があることが明らかになった。

① 根拠として用いられない命題の多く(11個中8個)が，それ以前の命題の逆となる命題や，条件を変えた命題，拡張や発展となっていること。

② ①以外の命題(暗黙に用いられる命題30を除く)では公理や，概念を限定した中で証明できる命題は証明しようという態度

が読みとれること。

以上の考察はあくまでも，ユークリッド原論における命題間の関連の考察であり，授業において，生徒に同様の活動を求める訳ではない。また，ユークリッド原論自体，現在に至るまでに写本，翻訳される中でいくつかのテキストが存在しているため，成立当時の原論のテキストではないことは明らかである。以上の問題を差し引いたとしても，ユークリッド原論の分析を通して，中学校，高等学校における，体系化を志向した指導に対して以下の示唆が得られた。

まず，考察の①より，単にある命題を証明するためだけに体系をつくるのではなく，その条件を変え発展させたり，逆を考えたりすることで，その命題に関連する命題をつくり，より網羅的な体系を求める態度が重要であることである。

また，考察の②より，現在の前提の中でどんな命題が証明できるかを意識して体系をつくる活動を行うことが重要であることである。このことは，単に証明を，正しいことを保証するための方法として捉えるだけでなく，必要な前提を探るという方法と捉えることにつながる。逆に現在の前提ではどの命題が証明できないのかを考えることにもつながる。ある命題を証明するには現在用いている前提では足りない(証明できない)という経験を通して，新たな前提(あるいは約束・公理)の必要性を意識することになる。このように,新たな前提の必要性を意識することは公理の限界を示そうとしたヒルベルトの公理につながる，ユークリッド原論の特徴とも言える。

5．研究のまとめと今後の課題

本稿では，ユークリッド原論における命題間の関係を分析し，「根拠として用いられない命題」を考察した。ユークリッド原論の体系では，証明が単に正しいことを保証するための方法として用いられているだけでなく，公理の限界を探る方法としても用いられていることなどが明らかになった。

今後の課題として，実際の授業において，体系をつくる活動を通して，前提の不足に生徒がどのように気づき，また関連する命題の発見がどのようにつくられていくのかを明らかにしていくことが挙げられる。

注：本稿におけるユークリッド原論の命題は斎藤ほか(2008)を数学の授業において扱いうる形に補完，修正したものである。

引用・参考文献

沖山義光(2012)「二等辺三角形の底角は等しい(2)」学芸大学数学教育研究，第24号，pp.33-44

伊達文治(2003)「ユークリッド『原論』第1巻の構造－『数学基礎』への教材化を志向して－」日本数学教育学会誌，第85号3巻，pp.22-28

伊東俊太郎(1971)「ユークリッドと『原論』の歴史」,『ユークリッド原論』，共立出版，pp.437-487

斎藤憲・三浦信夫(2008)『エウクレイデス全集第1巻』，東京大学出版会

(しばた しょう

東京学芸大学附属小金井中学校

〒184-8501 東京都小金井市貫井北町4-1-1)