



Tokyo Gakugei University Repository

東京学芸大学リポジトリ

<http://ir.u-gakugei.ac.jp/>

Title	生徒の個人差に対応した授業をするための事例的研究： 少人数クラスの授業における生徒反応の分析から(fulltext)
Author(s)	沖山,義光
Citation	学芸大数学教育研究(1): 19-26
Issue Date	1989-06-01
URL	http://hdl.handle.net/2309/149671
Publisher	東京学芸大学数学教育学科
Rights	

生徒の個人差に対応した授業をするための事例的研究

— 少人数クラスの授業における生徒反応の分析から —

沖山 義光

日本の数学の授業の特徴のひとつに一斉授業がある。一斉授業の利点は画一的、能率的、集団の良い影響などがあげられ、諸外国でも見直されていると聞く。しかし、一斉授業においても教師の意図した内容・目標がうまく生徒に伝わり生徒のものになるには生徒の個人差を十分に考慮しなければいけない。そこで、少人数クラスの授業実践の中で生徒の個人差に焦点をあてて反応を分析した。本論文は、個人差に対応した一斉授業を工夫するための事例的研究である。

1. はじめに

授業中の生徒一人一人の内面及び外面における活動は多様であり教師の意図する指導とのズレは想像よりかなり大きいのではないだろうか。教師と生徒が一体となって授業が成立することを理想とすると、そのような授業はそんなに多くはないと反省している。

生徒が何を考え何に悩んでいてどこにつまづいているのか一人一人を把握して、それに教師がきちんと対応した指導をすることは指導内容とは別にして、必要条件と考える。そのような授業の成立への一歩として、ある1時間の授業のできるだけ細かい生徒観察とノートの分析を試みた。

2. 授業の概略

- (1)期日 昭和61年6月6日(金) 第2時限
 (2)対象生徒 東京学芸大学附属高校大泉校舎
 第1学年Dクラス 男2名 女4名
 (3)指導計画

使用教科書

第一学習社 新数学I 改訂版

2章 方程式と不等式

§1 2次方程式

1 因数分解による解法

2 解の公式による解法

3 複素数

4 2次方程式の解

5 解と係数

§2 3次以上の方程式と連立方程式

1 因数定理

2 3次以上の方程式の解き方※

3 連立方程式 (本時)

(4)本時の目標

因数定理または因数分解によって簡単な3次以上の方程式を解くことができるようにする。

(5)授業の進め方の意図的な留意点

- ① 全体への発問を極力なくし、個人差

に応じた生徒一人一人への指導、発問を心がけた。

- ② 教科書の指導順序を変え、因数定理による解法を先にし、因数分解による解き方を後に回した。

教科書のねらいは、2次方程式の指導の流れと同じにして自然な導入をすること、また、まず因数分解による方法を試み、次に因数定理による方法をとるという考え方を指導するということであろう。そこを指導の順序をかえることで、新しい内容である因数定理による解法を強調し、因数分解による解法は2次方程式の学習から容易に理解できることを期待した。

3. 結果の考察

授業の流れと生徒一人一人の反応については、4. 分析表 に記述した。この授業をいくつかの観点から考察すると次のようになる。

- (1) いつもの授業に比べて教師の発言が非常に少なくその反対に生徒の活動は活発になった。

一斉授業の欠点は、生徒が受身になり易いことである。自らが学び自分の課題として取り組んでいく授業をするには、少なくとも生徒の活動を主体とした授業が望ましい。そのためには教師の発言が極力少なくて生徒の活動する時間が多い方がよい。

この授業はその点でうまくいった。その理由には次の3点があげられよう。

ひとつは教材内容のレベルが生徒に適當であったことである。

このクラスは能力別編成(3段階)の一番下

のクラスである。上のクラスであれば教科書を使用しないでまったく別の観点から教材を用意していかないと生徒は予習していたり、内容が易しすぎて興味をもって授業にのってこない。このクラスの場合は数学が苦手な生徒なので、レベルをあまり高くするとかえって混乱をおこし数学嫌いになるおそれもある。着実にゆっくりとひとつひとつのことを理解していくためにできるだけ教科書に限定して授業を進めている。

次に、目標が明確に理解されたことである。授業内容の目標である因数定理による解法例題をはじめにしたことで、この授業の目標が最も単純に生徒に伝わった。導入でもたもたしていると結局教師の説明が多くなり生徒の活動する時間が少なくなる。ただ、動機付けのはっきりとした導入ではないので生徒それぞれが独自に考えることになる。このような場合特に、生徒の反応を十分観察し、個人差に応じた指導をしなければならない。

そして3つ目はこれまでの積み重ねの応用なので生徒にとっては特に新しいことを学習しているという感じはなかったことによる。第1章で整式の割り算、因数分解、平方根をまた、第2章§1では2次方程式の解法、複素数を学習してきており、既習内容の復習的なところもある。未習内容が多い場合にはこのような授業にはならない。このような授業は、ある単元の後半に設定できよう。

- (2) 因数定理による解き方(●)が生徒の意識の主流になり因数分解による解法(○)が意識の底に沈んだ傾向が強いようである。

指導の仕方・方針によって生徒はかなり影響を受け易いという事例の1つと考える。

(記号○、●は 4. 分析表 参照。)

個人的にみるとその影響の受け方はそれぞれ違いがある。

Fさんは授業のはじめに学習した因数定理による解法は容易に理解できている。そして因数分解による解法を例題1で学びその良さを知り、問1練習①ともに因数分解による解法を試みている。練習①の(3)では共通因数をくくり、因数分解で解こうとしたが、 x^3-3x+2 の因数分解につまづき、ここではじめて課題が意識され、因数定理を利用することに気づいた。練習①(4)になると因数分解ではむずかしいのはじめから因数定理による解法を行っている。Cさんは反対に因数定理による解法に素直に従い、ほとんどの問題を因数定理で解こうと試みている。Fさんは計算力、処理能力ともにCさんよりすぐれた生徒である。自分の考えをしっかりとっていて因数定理をはじめに学習したにもかかわらず、その良さは意識されず、むしろ因数分解による解法の良さが強く意識されたのである。因数定理を強く意識させるために指導の順序を変えたのにそのことにあまり影響されず自分の判断で学習をしている。練習①(3)(4)あたりで因数定理の必要性に気づきはじめて授業は終了した。本人にとっては因数定理への意識ができたところである。あとは自分で解決することになる。一方、Cさんははじめに学習した因数定理による方法に素直に反応し、因数定理による解法だけに意識が向き、問1(1)練習(2)(3)(4)さえもそれで解決しようとしている。Cさんの場合これまでの学習内容もまだしっかりと自分のものになってないところがあり数学に対する自信がなく、不安も手伝って一生懸命解こうとしている。一生懸命学習しようとしている態度は認められるが、本

人は受身であり自分の課題として解こうとしているのではない。Cさんには因数定理を強く印象つけることはできたが、だからといって因数定理の良さを十分理解させることはできなかったといえる。

このように、教師の意図した内容が生徒に理解されなかったような生徒でも最後の段階で、結果として一番よくわかったり、意図した通り授業についてきている生徒でも、その動機は別のことにあり一見よく学習しているように誤解することがある。

教師と生徒のズレはこのようなところにあると考える。

(3)整式の割り算はかなりよくできている。整式の割り算を筆算形式で計算することは式の計算の単元でよくつまづく例としてあげられるものである。ところが、ここで計算の誤りが少なくなった。この場合、割り算をすることは、因数分解し、高次方程式を解くために必要であり、実際に割り算すれば割り切れるはずであるという見通しがある。このように、必要に応じた、見通しのある計算であれば間違いは少なくなるという見方の1例となるであろう。

一般に計算の誤りをを問題にする場合、生徒がその必要性、見通しを持っているかいないかは大きな要因であることを示唆している。

(4)問題を解くスピードと理解の度合は必ずしも一致しない。その観点から6人の生徒を分析すると以下ようになる。

A君 約分ミス。

整式の割り算理解不十分。

$$x^2=5 \quad \text{より } x=\pm 5$$

$$x^2=-1 \quad \text{より } x=\pm 1i$$

または ± 1

など平方根、複素数の意味が理解不十分。

練習①(3)(4)の2題を残した。因数定理の学習はできたがそれに必要な知識の理解が不十分で時間がかかっている生徒である。解くスピード、理解の度合とも不十分といえる。

B君 $(x-2)(x+2)=0$

より $x=2, 0$

$(x^2+1)(x^2-4)=0$

より $x=\pm 1, \pm 2$

など方程式、根号、複素数の意味などが理解不十分。

すべての問題を時間内にできた。Fさんと同様、理解もほぼできている。

Cさん 約分ミス。平方根、複素数の意味の理解不十分

時間内にやり遂げたが、(2)でも述べたように因数定理にこだわったところがあり理解に少し問題がある。

Dさん 単純な計算のケアレスミスがある。因数分解による解き方には気づかないが、正答率は良い。

問1(2)の途中までで終わり、因数定理による解法の理解だけであったが、着実であり、自分で納得しながら学習している。

Eさん 解答の書き方に本人がこだわり指導に時間をとったため、練習①までいかなかった。因数定理、因数分解によるどちらの方法も理解できた。ただし、根号の意

味は理解が不十分である。

Fさん 因数定理、因数分解によるどちらの方法もでき、練習①までいった。 $x^2=-4$ より $x=\pm 2i$ を導くことは教師への質問によって切り抜けた。時間に余裕があり解答の見直しをしている。

Dさん、Eさんのおそいが確実に学習している生徒は、一斉授業の中で取り残される危険がある。A君のようにスピードは速くても理解を伴っていない生徒も見過ごされ易い。このように、問題を解くスピードと理解は必ずしも一致していないことを考慮して授業に臨むべきである。

(5)6人の生徒には上記のように一人一人の考え方や特徴には共通のものがあることと同時に個人に特有のものがあることが認識できた。

一般に計算のスピードが速ければ理解も良いといえるが、遅いからといって理解が十分にできないということはないのである。

そのような観点で授業実践を分析すると生徒へのフィードバックが確かなものとなるであろう。

(6)教師の意図する目標に生徒を変容させていくことが授業である。そのとき単に教材内容の検討だけではなく、生徒の一人一人それぞれ個人差があるということを十分考慮した授業を構成していくことが重要である。

(2)で述べたような教師と生徒のズレや(4)で述べた生徒の個人差は授業を行う場合に考慮しなければならない事例となるであろう。

4. 分析表

授業の流れと生徒一人一人の反応

学習内容 と 指示
<p>因数定理 整式$P(x)$は$P(\alpha)=0$のとき $x-\alpha$を因数に持つ を利用して高次方程式を解く。</p> <p>T_1: 例題2を読み問2をせよ。</p> <p>例題2 $x^3-6x-9=0$</p> <p>問2 次の方程式を解け。 (1) $x^3-1=0$ (2) $x^3+8=0$ (3) $2x^3-3x+1=0$ (4) $x^4-3x^3+3x-1=0$</p> <p>T_2: 終わった者は例題1を読み問1をせよ。</p> <p>例題1 (1) $x^3=x$ (2) $x^4-5x^2+4=0$</p> <p>問1 (1) $x^3=4x$ (2) $x^4-x^2-20=0$</p> <p>T_3: 終わった者は練習①をせよ。</p> <p>練習① (1) $x^4-1=0$ (2) $x^4-3x^2-4=0$ (3) $x^4-3x^2+2x=0$ (4) $x^4-4x^3+4x-1=0$</p>

学習内容と指示	A君
<p>因数定理 T_1: 例題2を読み問2をせよ。</p> <p>例題2 問2 (1)(2)(3)(4) T_2: 終わった者は例題1を読み問1をせよ</p> <p>例題1 (1)(2) 問1 (1)(2) T_3: 終わった者は練習①をせよ。</p> <p>練習① (1)(2)(3)(4)</p>	<p>問2 (1)● (2)● (3)● $x=1$は導けたが、解の公式による答えに計算のミスがある。 (4)● T: 割り算の仕方の指導 問1 (1)○ (2)○ T: $x^2=-4$より $x=\pm 2i$を指導 $x=\pm 2i, \pm 5$と答える。 練習① (1)● $x=1, -1, \pm 1$ (2)● $(x^2+1)(x^2-4)=0$より $x^2=-1, x^2=4$ $x=\pm 1i, \pm 4$ (3)(4)は時間切</p>

注1. ●は因数定理を利用した解法

○は因数分解を利用した解法を示す。

学習内容と指示	B君
因数定理	問2 (1)●(2)●
T ₁ : 例題2を読み問2をせよ。	(3)●(4)●
例題2	問1
問2 (1)(2)(3)(4)	(1)◇ $f(x)=0$ より $(x-2)(x^2+2x)$ $= (x-2)(x+2)x$ $x=2, 0$
T ₂ : 終わった者は例題1を読み問1をせよ。	(2)○ T: 例題1(2)と同様にせよ。
例題1 (1)(2)	
問1 (1)(2)	練習① (1)● $(x-1)(x+1)(x^2+1)$ より $x=1, -1, \pm 1$
T ₃ : 終わった者は練習①をせよ。	(2)○ $(x^2+1)(x^2-4)=0$ より $x=\pm 1, \pm 2$
練習①	(3)◆ $(x-1)^2(x+2)x=0$ より $x=\pm 1, 0$
(1)(2)(3)(4)	(4)●

注2. ◆は因数定理を先に、◇は因数分解を先に、それぞれ意識した解法を示す。

学習内容と指示	Cさん
因数定理	問2(1)● T: 何か質問しようとしたが、自分でさせる
T ₁ : 例題2を読み問2をせよ。	(2)● (3)● 解の公式による計算にミスがある。
例題2	(4)● T: 因数定理を繰り返すことを指導する。
問2 (1)(2)(3)(4)	問1 (1)◆ $p(2)=0$ より $(x-2)(x^2+2x)$ $(x-2)(x+2)x$ (2)○ $x=\pm\sqrt{5}, 2i$
T ₂ : 終わった者は例題1を読み問1をせよ。	
例題1 (1)(2)	練習①
問1 (1)(2)	(1)○ $(x^2+1)(x^2-1)=0$ より $x=\sqrt{1}i, \sqrt{1}$
T ₃ : 終わった者は練習①をせよ。	(2)● $x=2, -2, \sqrt{1}i$ (3)◆ $p(1)=p(-1)=0$ より
練習①	$(x-1)(x+1)(x^2+2x)$ $(x-1)(x+1)x(x+2)$ $x=0, -1, 1, -2$
(1)(2)(3)(4)	(4)●

注3. ●○◆◇いずれの記号も生徒自身かまたは教師の助言によって最終的に正解したことを示す。

学習内容と指示	Dさん
因数定理	問2
T_1 : 例題2を読み問2をせよ。	(1)●
例題2	(2)●
問2	(3)●
(1)(2)(3)(4)	$2x^2+2x+1=0$ を解く時、解の公式の根号の中を-1と計算。
T_2 : 終わった者は例題1を読み問1をせよ。	(4)●
例題1 (1)(2)	T: 因数定理を2度繰り返すことを指導。 P: なるほど!! (遅いが確実に解く)
問1 (1)(2)	問1(1)◆ $p(2)=0$ より $(x-2)(x^2+2x)=0$ $(x-2)(x+2)x=0$
T_3 : 終わった者は練習①をせよ。	(2)
練習①	$p(-2)=0$ とミスし、割り算ができないで終わる。
(1)(2)(3)(4)	

注4. 生徒の反応で記号のみの所は正解を示し、計算過程などが書いてあるのは注目すべき誤りや反応と教師の助言などである。

学習内容と指示	Eさん
因数定理	問2
T_1 : 例題2を読み問2をせよ。	(1)●
例題2	T: 解答の書き方を指導。理解不十分。
問2	(2)●
(1)(2)(3)(4)	$x^2-2x+4=0$ の解が分数の約分のミスで、 $x=1\pm 2\sqrt{3}i$ となる。
T_2 : 終わった者は例題1を読み問1をせよ。	(3)●
例題1 (1)(2)	
問1 (1)(2)	(4)● (遅いが確実に解く)
T_3 : 終わった者は練習①をせよ。	問1
練習①	(1)○
(1)(2)(3)(4)	(2)○
	T: $x^2=-4, x^2=5$ より $x=\pm\sqrt{4}i$ $x=\pm\sqrt{5}$ を指導 ここで時間切れ。

注6. 生徒の反応は時間の経過にしたがって配置してある。例えば、Fさんは速くて時間に余裕ができ、Dさんは問1で終わっている。

学習内容と指示	Fさん
因数定理	問2 (1)●(2)●
T ₁ : 例題2を読み問2をせよ	(3)●(4)●
例題2	問1
問2 (1)(2)(3)(4)	(1)○ (2)○ T: $x^2 = -4$ より $x = \pm 2i$ を指導
T ₂ : 終わった者は例題1を読み問1をせよ。	練習①
例題1 (1)(2)	(1)○
問1 (1)(2)	(2)○ T: $x^2 + 1 = 0$ より $x = \pm 1i$ $x = \pm i$ を指導
T ₃ : 終わった者は練習①をせよ。	(3)◇ $x(x^3 - 3x + 2)$
練習① (1)(2)(3)(4)	(4)● (計算終了) T: 解答ミスの指摘、やり直しを指示。

注6. Eさんの問2(2)の解の公式の約分ミスは以下の通りである。

$$(2) x^3 + 8 = 0$$

$$f(x) = x^3 + 8 \text{ とおく。}$$

$$f(-2) = 0 \text{ より}$$

整式の割り算を行い

$$f(x) = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$(x+2)(x^2 - 2x + 4) = 0 \text{ より}$$

$$x+2=0, \text{ より } x=-2$$

$$x^2 - 2x + 4 = 0 \text{ より}$$

解の公式を利用して、

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{-12}}{2}$$

$$= 1 \pm 2\sqrt{3}i$$

A君、Cさんの問2(3)の解の公式による解の計算結果は次の通りである。

$$(3) 2x^3 - 3x^2 + 1 = 0 \text{ より}$$

A君

$$x = 1, \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{4}$$

Cさん

$$x = -1, \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

5. おわりに

この授業はこの論文を書くために計画した訳ではない。毎日の授業のほんの一コマをできるだけ丁寧に分析しただけである。このようなことをできるだけ多く積み重ねることによってもっと多くのことが発見でき、よりよい授業ができていくことと思う。授業の中で教師が無意識に積み重ねる体験を記録することにより意識化し、授業構成の情報として共有していく、その一助となれば幸いである。

(おきやま よしみつ

東京学芸大学附属高等学校大泉校舎

〒178 練馬区東大泉5-22-1)