Title	教材の違いによる子供の反応分析：かけ算の計算法則の活用を中心に(fulltext)
Author(s)	中村,享史
Citation	学芸大数学教育研究(4): 143-149
Issue Date	1992-06-01
URL	http://hdl.handle.net/2309/149740
Publisher	東京学芸大学数学教育学科
Rights	

学芸大数学教育研究　第４号　1992　143－149

教材の違いによる子供の反応分析
－かけ算の計算法則の活用を中心に－

中村　享史

教材によって子供の反応は大きく変わる。そのための教材研究と教材解釈を十分に行う必要がある。小学校３年生の２位数をかける計算の導入で用いた教材を計算法則の活用という視点から分析し、授業にかける。その中で、提示する教材によって子供の反応に違いが見られた。授業の意図に沿った教材研究の重要性を再確認する。

１、研究の目的

算数の授業は、よい教材を提示することが大切である。教材開発の視点としては、子供の興味、関心をひくものであり、数学的な課題に即し、数学的な考え方や問題解決の力を伸ばすものなどがある。[1]

更に、教材研究では、授業をイメージしながら指導法レベルで教材を解釈し、よい授業ができるように組織することである。[2]そこでは、子供の反応を予想し、授業の展開を考えることになる。

したがって、どんな教材を提示するかによって子供の反応や授業展開が大きく変わってくる。

教師の役割には、子供に提示する教材の開発と検討が大きな位置をしめてくる。

本研究は、３学年の２位数をかけるかけ算の授業で、教材によって子供の解決の仕方に違いがみられることを明らかにする。

特に、解決に用いる計算法則という視点から大きな違いが見られる。それらのことから、教材の価値と教材解釈の重要性を述べてみたい。

２、研究の方法

教材によって子供の解決に用いる計算法則に違いが生じることを明確にするために、同じ数値で計算の仕方を考える実践授業を行う。

実践授業は、授業Ａ（1990.11.2実践）及び授業Ｂ（1991.11.1実践）とする。

指導内容は、３学年の２位数をかけるかけ算の第１時である。２位数をかける計算の仕方を既習事項にてらしあわせて自力で考えることが中心になる。ここで用いる数値は授業Ａ、Ｂとも25×12である。

授業Ａは、次のような問題を用いる。[3]

大きな長方形のおもちを切ります。横に24回、たてに11回切ります。全部でいくつの小さなおもちができるでしょうか。

（以下「餅切りの教材」と呼ぶ）

授業Ｂは、次のような問題である。[4]

３ｍが75円のリボンがあります。このリボンを12ｍ買いました。代金はいくらになりますか。

（以下「リボンの教材」と呼ぶ）

なお、指導の流れは、資料－１、２に指導案を示している。

授業Ａ及びＢで、25×12の計算の仕方について授業の展開及び子供の反応を分析し、教材提示の仕方によって活用する計算法則の違いを検討する。

３、研究の内容

授業Ａ、授業Ｂで用いた教材の意図と数学的な内容の背景を述べる。

⑴問題構造について

「餅切りの教材」も「リボンの教材」も解決に直接関係のある数値が問題文の中に出てこないという共通点がある。

授業Ａの「餅切りの教材」で出ている数値は、24、11である。

この問題は、いわゆる植木算的な構造になっている。切った数と餅の数の関係を対応づけすると（餅の数）＝（切った数）＋１という関係になる。そこから、横の場合は、24回切ったので、切れた餅の数は25になる。縦の場合は11回なので切れた餅の数は12になる。このような問題の構造を見抜いて25×12という式を立てることになる。

この問題構造を見抜くために図的イメージが有効に働く。

授業のＢの「リボンの教材」は更に複雑である。問題文に出ている数値は、３、75、12である。

この問題には解決の仕方が２通り考えられる。既習の２位数×１位数の計算だけを用いて解決する方法がある。その場合は、比例の考えを用いて解決することになる。リボンの長さが３ｍから12ｍになったので４倍になっている。したがって、代金も４倍になるということから、75×４という式を立てることができる。この計算は既習のため、答えを求めることができる。

もう一つの方法は、１ｍの代金を求めて考える方法である。75÷３＝25から、１ｍの代金は25円であることがわかる。これを12ｍ買うので25×12という式になる。

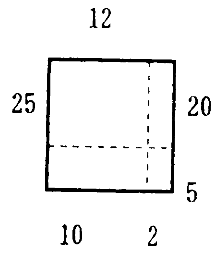
「リボンの教材」は、このように２通りの式で解決されるので「餅切りの教材」よりも解決の仕方に多様性が出てくる。

⑵図的イメージについて

問題を捉えたとき、それを図で表すことによって解決の見通しを立てることができる。そこで、問題を設定するときは図的イメージを大切にしたい。

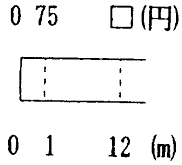
授業Ａの「餅切りの教材」は、アレイ図を背景にしている。アレイ図は、面積図につながるもので、かけられる数とかける数を縦と横とで表している。

「餅切りの教材」では、かける数やかけられる数をどのように分割するかによってアレイ図から解決の見通しが立てられる。アレイ図は分配法則と関連している図といえる。



（＊アレイ図は点で表している）

授業Ｂの「リボンの教材」は、数直線図を背景にしている。



数直線は、数量の比例関係を表している。数直線によって、長さが２倍になれば値段も２倍になるという関係を把握することができる。そこから立式や解決の見

通しを立てることができる。数直線は結合法則と関連している図といえる。

(3)用いている計算法則について

25×12の計算を求めるとき、いくつかの方法がある。それらの方法の背景には、計算法則がある。

分配法則を用いて解決する場合に、次のような方法がある。

(ア)かける数の12を10と2に分けて計算する。

25×12＝25×（10＋2）＝25×10＋25×2
＝250＋50＝300

(イ)かける数の12を6と6などに分けて計算する。（8＋4なども含む）

25×12＝25×（6＋6）＝25×6＋25×6
＝150＋150＝300

結合法則を用いて解決する場合は、次のような方法が考えられる。

(ウ)かける数の12を2×6として計算する。
（6×2も含む）

25×12＝25×（2×6）＝（25×2）×6
＝50×6＝300

(エ)かける数の12を4×3として計算する。
（3×4も含む）

25×12＝25×（4×3）＝（25×4）×3
＝100×3＝300

授業Aの「餅切りの教材」の場合、上記の(ア)(イ)の方法を用いる子供が多いと考えられる。それは、図的イメージなどから分配法則を思い浮かべやすいからである。

また、授業Bの「リボンの教材」の場合、(ウ)(エ)の結合法則を用いる子供が多いと考えられる。比例の考えを背景にしているためである。

4、結果と考察

(1)授業展開の分析

ここでは25×12の計算の仕方を、どのような計算法則を用いて解決しているかを中心に見る。

まず、授業A「餅切りの教材」での子供の反応を見る。①～⑩は授業で発言された子供の言葉である。

①25×12は、よくわからなくて、難しかったから、変えて、12をわる2にして12÷2＝6、25×6を2回やって、それを足した。

②12は10＋2だから、25×10＋25×2をしても答えは同じ。25×10＝250、25×2＝50、250＋50＝300

③3つの式でいい。25×4＝100で、四三12で、25×4を3回やればいいと言うことで、100×3＝300になる。

④かけ算はかけられる数を倍にしてかける数を半分にしても答えは同じになるから、25×2＝50、12÷2＝6、50×6＝300

⑤292（数えて）

⑥数えて、340になった。

⑦全部で横が12こあるから、2列ずつに分けて、1列が25だから、2列で25＋25＝50で、50が6こあるから、50×6で300。

⑧25×12の計算の仕方。25×9＝□、答えを出して、9の次は10、11、12だから、25×3＝□、その25×9の答えと25×3の答えをたす。

⑨12を3でわって4、12の中に3は4つあって、それで、こっち側は25×3で75。
75×4＝300

⑩100＋・・まとめて200＋100＝300

分配法則を用いて解決しているのは①②⑧

である。結合法則を用いているのは③④⑦⑨となる。授業の流れは、分配→結合→分配→結合と2つの法則を渡り歩いている。

子供の追求は分配法則の数値の分割についての議論（①②⑧）が中心となり、結合法則は関連する意見が少なく分散的である。

次に、授業B「リボンの教材」を見る。①～⑦は授業Aと同様に授業での子供の発言である。

①私は、きまり2（かけられる数を半分、2倍にして、かける数を2倍、半分にしても答えは同じ）を使ってやってみたけど、25×2は50で、その50はおいといて、50×6は300。

②その6というのは、僕のやり方では12の半分にした。12÷2をして、それを50にかける。

③私は、きまり2だけど、何倍かにしてを使って、25を4倍して100になって12を4で割って3になって100×3で300になる。

④Nさんは、きまり2からできたので、かけられる数が2倍でも、3倍でも、4倍にして、かける数を半分でも、2で割ったり、3で割ったり、4で割ったりしても答えは同じになるというきまりを使って、その中で、Nさんは4でかけて4で割るのを使ったのだと思う。

⑤25×3＝75で、12÷3は4で、75×4は300

⑥25×12－25＋25＝300

⑦まず、12を10と2に分けて25×10は250で、次に25×2で50で、250＋50は300。

分配法則を用いているのは⑦だけである。授業ではこの後、12を8と4、6と6などに分ける方法を扱っている。

結合法則は①②③④⑤である。結合法則を様々な考えで提示している。授業の流れは、結合→分配となっている。

ここでは、結合法則が次々と連鎖して様々な考え方が出ている所に注目したい。

「餅切りの教材」では、分配法則が中心で、結合法則は明確な形で出てこなかった。一方、「リボンの教材」では、結合法則を用いた方法が出やすいことがわかる。

これらの授業の流れを見ても、提示する教材によって全体の追求の方向が決ってくることがわかる。

(2) 子供の反応の分析

授業A「餅切りの教材」及び授業B「リボンの教材」における子供の反応を分析する。

これは、授業後集めたノートよりそれぞれの子供の計算方法を集計したものである。

特に、どのような計算法則を用いて解決しているかを中心に表にまとめた。

計算方法		授業A	授業B
累加		0	3 (8.1)
分配法則	10と2	8 (20.5)	12 (32.4)
	6と6	4 (10.2)	0
	9と3	2 (5.1)	0
	その他	12 (30.7)	0
		26 (66.6)	12 (32.4)
結合法則	50×6	4 (10.2)	22 (59.4)
	75×4	1 (2.5)	2 (5.4)
	100×3	2 (5.1)	1 (2.7)
	150×2	4 (10.2)	1 (2.7)
		11 (28.2)	26 (70.2)
数える		3 (7.6)	0
不明		2 (5.1)	1 (2.7)

＊（ ）の数は、クラス人数（A:39人、B:37人）に対する割合（％）

この反応を見ると２つの教材の解決の仕方には、明らかな違いがみられる。

「餅切りの教材」の解決方法は６割の子供が分配法則を用いている。また、分配法則でも10といくつに分けるという方法だけでなく、様々な方法を考えだしている。一方で、結合法則は約３割である。

「リボンの教材」では、その解決の仕方が「餅切りの教材」とは反対の様相が表れている。

すなわち、分配法則を用いている子供は約３割である。また、分配法則は、10といくつにわける方法しか出てこない。ところが、結合法則は７割の子供が用いている。

この様な違いが表れた原因は、扱った教材の違いが第一に考えられる。

「餅切りの教材」の場合、分配法則を活用して解決するため要素が含まれている。アレイ図によるイメージも分配法則を活用した方が解決しやすい。

「リボンの教材」は、結合法則を活用しやすくなっている。その問題場面は比例の考えが背景となっている。数直線は、それをイメージしやすくなっている。

解決の違いが表れた他の原因として、これまでの既習経験の相違も考えられる。しかし、同じ指導者が継続的に指導をしてきているので、扱った教材に多くの要因があると考えられる。

5、まとめと今後の課題

３年生の２位数をかける計算の第１時の指導において、教材によって計算の仕方の根拠となる計算法則を子供がどのように用いるかを見てきた。そこでは、教材によって反応に大きな違いが見られることを明らかにした。

これらのことからは、提示する教材の価値を見抜き、それを授業者が解釈し、授業に具体化することの重要性がわかる。

一方で、子供がどのような既習経験をしたかによって、教材に対する反応も変わってくる。そこで、本教材を様々な学級で用いて、子供の反応を収集、分析することが今後の課題である。

脚注及び引用・参考文献

(1) 杉山吉茂　数学的活動と教材研究　「算数教育講座1987年」　東洋館出版　1987　P.192

(2) 杉山吉茂　算数科の教材研究　「新教育課程とその発展のための考察」　東洋館出版　1989　P.139

(3) この実践は東京学芸大学附属世田谷小学校「授業を語る会」の公開授業である。
実践の詳細は、同校研究紀要NO.31(1991)を参照してほしい。

(4) この実践は東京学芸大学附属世田谷小学校「研究発表会」の公開授業である。
実践の詳細は、同校研究紀要NO.32(1992)を参照してほしい。

（なかむら　たかし
東京学芸大学附属世田谷小学校
〒158　東京都世田谷区深沢４－10－１）

＜資料－１＞　授業Ａ「餅切りの教材」の指導案

(1)本時の目標
・２位数をかける計算の意味をアレイ図などを通して知る。
・２位数をかける計算の仕方を、計算のきまりを用いて導き出すことができる。

(2)本時の展開

学　習　活　動	指　導　上　の　留　意　点
1、問題構造の把握 長方形の形をしたおもちを切ります。横に４回、縦に２回包丁で切るといくつ小さなおもちができますか。 ・切った数＋１で求められることに気づく。 ・全部の餅の数を求めるには、かけ算を用いることに気づく。 2、問題の把握	・ここでは、餅の切り方を知らせることが中心である。問題文に出てくる数値よりも１大きい数になることに気づかせる。 ・ここでは、実際に長方形を切っていくつになるかを実際の数で確かめさせる。 ・アレイ図の形を思い出させて、かけ算で解決できることを知る。 ・ここでのかけ算は５×２になることがわかる。２×５でもよいことを知らせる。
同じように、大きな長方形のおもちを切ります。横に24回、縦に11回、包丁で切ります。全部で、いくつの小さなおもちができますか。	
・横に24回、縦に11回切ることが分かり、横は25個に、縦は12個に分かれることを知る。 ・25×12で全体の数を求めることができる。 3、解決の実行 ・25×12の計算の仕方を考える。 ・今まで学習した計算のきまりを使って考える。 (ｱ)25×12＝25×（10＋２）＝25×10＋25×２ ＝250＋50＝300 （かける数を２つの数の和に分けて計算しても答えは変わらない） (ｲ)25×12＝（25×２）×（12÷２） ＝50×６＝300 （かけられる数を２倍して、かける数を２で割っても答えは変わらない） (ｳ)25×12＝25×（４×３）＝（25×４）×３ ＝100×３＝300 （かける数を２つの数の積に分けて計算しても、答えは変わらない） (ｴ)25×12＝25×（４＋８）＝25×４＋25×８ ＝100＋200＝300 （かける数を２つの数の和に分けて計算しても答えは変わらない） 4、解決方法の検討 ・解決の方法を発表させる。 ・それぞれの方法のよさを知る。 ・それぞれの方法の問題点を探す。 ・お互いに似ているところを探す。 ・それぞれの方法の根拠となっているものは何かを見つけ出す。 ・計算のきまりを活用すると、今まで学習したことから導き出されることに気づく。 5、解決の発展 ・他の数値でもできる方法はどれかを検討する。 ・十といくつに分ける方法が、どんな数値でも簡単にでき、十進位取り記数法のよさを使っていることに気づく。 ・学習感想を書いて、今日の学習をまとめる。	・この問題もかけ算を使って解決できることに気づかせる。 ・ここでは12×25でもよいことを知らせる。しかし、一斉に考えるという意味で25×12で解決をさせる。それができた後で、12×25も考えさせる。 ・自力解決の時間は、10分程度とする。場合によって多少延長する。 ・解決の仕方は、何通りか考えさせる。筆算で解決するのではなく、横式のまま考えさせる。 ・式変形が難しい場合は、言葉などで解決の仕方を書いてもよいことを知らせる。 ・それぞれの解決方法で、どんなかけ算のきまりを使ったか、言えるようにさせる。その時の言葉は子供の表現でよい。 ・ここでは答えから、逆にやり方を考える子供が出てくると思う。その場合、他の子供にわかるように説明できるようにさせる。 ・数値の特殊性に目をつけて、この計算だけでも使える方法も考えさせる。 ・いくつかの方法を考えた場合、どの方法が一番気に入っているかを判断させる。 ・机間巡視をしながら、個別指導をする。また、子供の解決方法を座席表に記入して、解決の検討の時に用いる。 ・解決方法の検討は、順に発表させ、それぞれの方法に質問や意見を言わせる。 ・他の子供の解決方法を理解させて、その方法のよさや問題点を話し合わせる。 ・計算のきまりの活用をそれぞれ確認する。 ・いくつか出てきた方法は、全て答えが同じになることから、どの方法もよいことを知らせる。 ・他の数値になったとき、どの方法がいつでも使えるかを検討する。 ・学習感想に、それぞれの方法のよさに気づいたという記述があるかを見る。

(3)本時の評価
・２位数をかける計算の仕方を、かけ算のきまりを用いて考えることができたか。
・それぞれの解決方法のよさに気づき、自分の考えをノートに記述できたか。

＜資料－２＞　授業Ｂ「リボンの教材」の指導案

(1)本時の目標

・２位数をかける計算の意味を数直線図に表して知る。

・２位数をかける計算の仕方を、計算のきまりを用いて導き出すことができる。

(2)本時の展開

学習活動	指導上の留意点
1、問題場面の把握	
3ｍが75円のリボンがあります。このリボンを12m買いました。値段はいくらになりますか	
・問題を数直線に表す。 0　75　□　(円) 0　3　12　(ｍ) ・数直線から、お互いの数量の関係がわかる。 2、解決の計画 ・数直線から12mの値段を求める方法を考える。 (ｱ)長さが、3ｍから12ｍの4倍になっているので、値段も4倍になるから75×4で求められることがわかる。 (ｲ)3ｍが75円ということから、1ｍの代金を求めて、75÷3＝25。長さが12mなので値段も12倍になって、25×12で求められることがわかる ・(ｱ)の計算は既習なので、75×4の計算する。75×4＝300になる。 ・(ｱ)の考えで、12mの値段が300円とわかったので、(ｲ)の考えでも300円になると予想できる。 ・(ｲ)の25×12はかける数が2位数のため未習であることがわかる。 ・新たな課題の発生	・問題文から数直線で表すことに気づかせる ・数直線は今までの学習の中で指導しているので、多くの子供が自力でかくことができる。 ・ここでは数直線から、解決の方法として2つのものが考えられる。 ・多くの子供は(ｱ)の方法を用いて立式するこれは、2位数×1位数の学習の時にかけ算の立式を比例の考えを用いて考えているためである。 ・(ｲ)の方法では、次のような数直線で表すことができる。 0　□　75　□　(円) 0　1　3　12　(ｍ) この場合、比例の考えが背景にある。黒板にこの数直線も表す。 ・一つの方法で解決できたら、他の方法でも同じ答えになることを気づかせる。そこから新しい課題が生まれる。
25×12の答えも300になるはずだ。25×12の計算の仕方を考えてみよう。	
3、解決の実行 ・25×12の計算の仕方を考える。 ・今まで学習した計算のきまりを使って考える。 (ｱ)25×12＝25×（10＋2）＝25×10＋25×2 ＝250＋50＝300 （かける数を2つの数の和に分けて計算しても答えは変わらない） (ｲ)25×12＝25×（8＋4）＝25×8＋25×4 ＝200＋100＝300 （かける数を2つの数の和に分けて計算しても答えは変わらない） (ｳ)25×12＝（25×2）×（12÷2） ＝50×6＝300 （かけられる数を2倍して、かける数を2で割っても答えは変わらない） (ｴ)25×12＝25×（4×3）＝（25×4）×3 ＝100×3＝300 （かける数を2つの数の積に分けて計算しても、答えは変わらない） 4、解決方法の検討 ・解決の方法を発表する。 ・それぞれの方法のよさや問題点を探す。 ・お互いに似ているところを探す。 ・それぞれの方法の根拠となっているかけ算のきまりを見つけ出す。 ・計算のきまりを活用すると、今まで学習したことから導き出されることに気づく。 ・いずれも25×12＝300になることがわかる。 ・数値が変わるとどの方法がよいかを考える。 ・25×12の問題で、かける数の12が13になった場合は(ｱ)～(ｴ)のどの方法でできるか考える。 ・学習感想を書いて、今日の学習をまとめる。	・自力解決の時間は10分程度とする。場合によっては多少延長する。 ・ここでは、2位数×1位数の時の指導から(ｳ)(ｴ)の方法で解決する子が多いと思う。 ・(ｱ)(ｲ)の方法は、2位数×1位数の時、被乗数を分配するという考えから類推できる ・それぞれの解決方法で、どんなかけ算のきまりを使ったか言えるようにさせる。その時の言葉は子供の表現でよい。 ・(ｳ)の考えは、「2倍して、2で割る」というものだけでなく、「3倍して、3で割る」と考えて、75×4を導く子供もいる。 ・(ｴ)の考えでは、導入問題と関連させて、（25×3）×4という方法を考える子供もいると思う。 ・いくつかの方法を考えた場合、どの方法が一番気に入っているかを判断させる。 ・机間巡視をしながら、個別指導をする。また、子供の解決方法を座席表に記入して、解決の検討の時に用いる。 ・解決方法の検討は、(ｳ)(ｴ)から発表させるそこで、結合法則の考えを明確にする。 ・式の上からも25×12と75×4の答えが同じになることを知らせる。 ・解決で使った考えを問題文や数直線と関連させて考えさせる。 ・いずれの方法も、全て答えが同じになることから、どの方法もよいことに気づかせる ・他の数値になったとき、どの方法がよいか導入問題の数値を変えて考えさせる。 ・学習感想に、それぞれの方法のよさに気づいたという記述があるかを見る。

(3)本時の評価

・２位数をかける計算の仕方を、かけ算のきまりを用いて考えることができたか。

・それぞれの解決方法のよさに気づき、自分の考えをノートに記述できたか。